


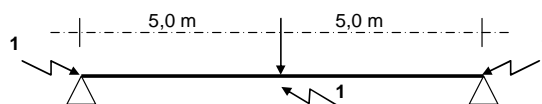
ARKUSZ OBLICZENIOWY 	Dokument Ref:	<i>SX007a-EN-EU</i>	Strona	<i>1</i> z <i>10</i>
	Tytuł	<i>Przykład: Belka swobodnie podparta z bocznym stężeniem w punkcie przyłożenia obciążenia</i>		
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>		
	Wykonał	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Data	<i>kwiecień 2005</i>
	Sprawdził	<i>Alain BUREAU</i>	Data	<i>kwiecień 2005</i>

Przykład: Belka swobodnie podparta z bocznym stężeniem w punkcie przyłożenia obciążenia

Przykład podaje sposób obliczania belki swobodnie podpartej, stężonej bocznie w punkcie działania obciążenia oraz na podporach.

Na belkę działa następujące obciążenie:

- Ciężar własny belki
- Ciężar płyty stropowej
- Obciążenie użytkowe



1: Boczne stężenie

Belka jest wykonana z dwuteownika walcowanego na gorąco, zginanego względem „mocniejszej” osi przekroju.

Przykład zawiera:

- Klasyfikację przekroju,
- Obliczenie nośności przy zginaniu, wraz z wyznaczeniem momentu krytycznego zwichrzenia,
- Obliczenie nośności przy ścinaniu, uwzględniając warunek stateczności środka przy ścinaniu,
- Obliczenie ugięcia w stanie granicznym użyteczności.

Współczynniki częściowe

- $\gamma_G = 1,35$ (oddziaływania stałe)
- $\gamma_Q = 1,50$ (oddziaływania zmienne)
- $\chi_{M0} = 1,0$
- $\chi_{M1} = 1,0$

PN-EN 1990

PN-EN
1993-1-1

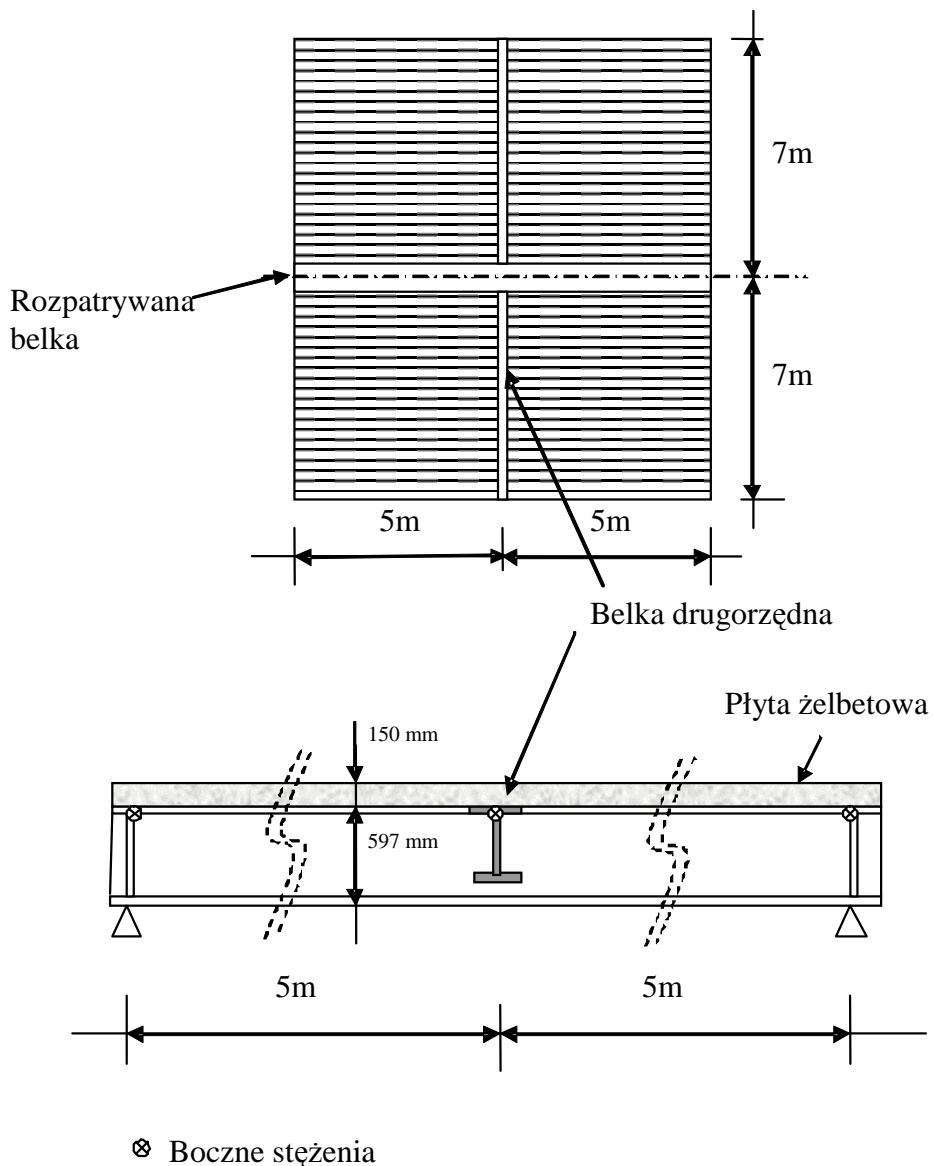
§ [6.1](#) (1)


Dokument Ref:	SX007a-EN-EU	Strona	2 z 10
Tytuł	Przykład: Belka swobodnie podparta z bocznym stężeniem w punkcie przyłożenia obciążenia		
Dot. Eurokodu	EN 1993-1-1		
Wykonał	Valérie LEMAIRE	Data	kwiecień 2005
Sprawdził	Alain BUREAU	Data	kwiecień 2005



Dane podstawowe

Projektowanie stalowej belki stropowej w budynku wielokondygnacyjnym oparte jest o dane przedstawione poniżej. W środku rozpiętości rozpatrywanej belki opierają się dwie belki drugorzędne. Założono, że belka posiada stężenia boczne w środku rozpiętości i na podporach.



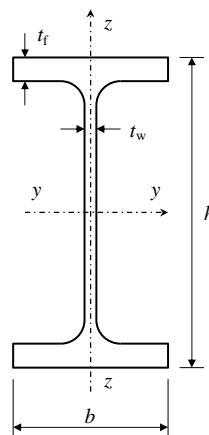
ARKUSZ OBLICZENIOWY 	Dokument Ref:	<i>SX007a-EN-EU</i>	Strona	3 z 10
	Tytuł	<i>Przykład: Belka swobodnie podparta z bocznym stężeniem w punkcie przyłożenia obciążenia</i>		
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>		
	Wykonał	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Data	<i>kwiecień 2005</i>
	Sprawdził	<i>Alain BUREAU</i>	Data	<i>kwiecień 2005</i>

- Rozpiętość belki: 10 m
- Belki drugorzędne:
 - Rozpiętość: 7 m
 - Rozstaw: 5 m
- Grubość płyty stropowej: 15 cm
- Ciężar belek drugorzędnych 0,10 kN/m²
- Ciężar ścianek działowych i stropu podwieszanego: 0,50 kN/m²
- Obciążenia użytkowe: 2,50 kN/m²
- Ciężar objętościowy betonu: 24 kN/m³
- Gatunek stali: S355

Ciężar płyty stropowej: $0,15 \times 24 \text{ kN/m}^3 = 3,6 \text{ kN/m}^2$


Dobrano IPEA 600 – gatunek stali S355

Wysokość	$h = 597 \text{ mm}$
Szerokość	$b = 220 \text{ mm}$
Grubość środnika	$t_w = 9,8 \text{ mm}$
Grubość stopki	$t_f = 17,5 \text{ mm}$
Promień wyokrąglenia	$r = 24 \text{ mm}$
Masa jednostkowa	108 kg/m



Euronorm
19-57

Pole przekroju poprzecznego	$A = 137 \text{ cm}^2$
Moment bezwładności wzgl. osi y-y	$I_y = 82920 \text{ cm}^4$
Moment bezwładności wzgl. osi z-z	$I_z = 3116 \text{ cm}^4$
Moment bezwładności przy skręcaniu	$I_t = 118,8 \text{ cm}^4$
Wycinkowy moment bezwładności	$I_w = 2607000 \text{ cm}^6$
Sprężysty wskaźnik wytrzymałości	$W_{el,y} = 2778 \text{ cm}^3$
Wskaźnik oporu plastycznego	$W_{pl,y} = 3141 \text{ cm}^3$

ARKUSZ OBLICZENIOWY 	Dokument Ref:	<i>SX007a-EN-EU</i>	Strona	4 z 10
	Tytuł	<i>Przykład: Belka swobodnie podparta z bocznym stężeniem w punkcie przyłożenia obciążenia</i>		
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>		
	Wykonał	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Data	<i>kwiecień 2005</i>
	Sprawdził	<i>Alain BUREAU</i>	Data	<i>kwiecień 2005</i>

Ciężar własny belki: $q_G = (108 \times 9,81) \times 10^{-3} = 1,06 \text{ kN/m}$

Obciążenia stałe:

$$F_G = (3,6 + 0,10 + 0,50) \times 5,0 \times 7,0 = 147 \text{ kN}$$

Obciążenia zmienne (obciążenie użytkowe):

$$F_Q = 2,50 \times 5,0 \times 7,0 = 87,5 \text{ kN}$$

Kombinacja oddziaływań w SGN:

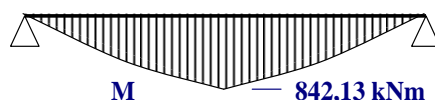
$$\gamma_G q_G = 1,35 \times 1,06 = 1,43 \text{ kN/m}$$

$$\gamma_G F_G + \gamma_Q F_Q = 1,35 \times 147 + 1,50 \times 87,5 = 329,70 \text{ kN}$$

PN-EN 1990

§ [6.4.3.2](#)
(6.10)

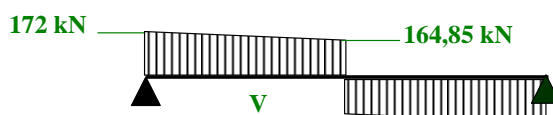
Wykres momentu zginającego



Największy moment zginający w połowie rozpiętości:

$$M_{y,Ed} = 0,125 \times 1,43 \times 10,00^2 + 0,25 \times 329,70 \times 10 = 842,13 \text{ kNm}$$

Wykres siły poprzecznej



Największa siła poprzeczna przy podporze:

$$V_{z,Ed} = 0,50 \times 1,43 \times 10,0 + 0,50 \times 329,70 = 172 \text{ kN}$$

Największa siła poprzeczna w środku rozpiętości:

$$V_{z,Ed} = 0,50 \times 329,70 = 164,85 \text{ kN}$$

Granica plastyczności


Gatunek stali S355

Największa grubość ścianki wynosi 17,5 mm < 40 mm, więc:

$$f_y = 355 \text{ N/mm}^2$$

PN-EN
1993-1-1
Tablica 3.1

Uwaga: Załącznik krajowy może narzucić wartości f_y z Tablicy 3.1 lub wartości z norm wyrobu.

ARKUSZ OBLICZENIOWY 	Dokument Ref:	<i>SX007a-EN-EU</i>	Strona	<i>5 z 10</i>
	Tytuł	<i>Przykład: Belka swobodnie podparta z bocznym stężeniem w punkcie przyłożenia obciążenia</i>		
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>		
	Wykonał	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Data	<i>kwiecień 2005</i>
	Sprawdził	<i>Alain BUREAU</i>	Data	<i>kwiecień 2005</i>

Klasyfikacja przekroju:

Współczynnik ε jest uzależniony od granicy plastyczności stali:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y [\text{N/mm}^2]}} = 0,81$$

Wspornikowa część pasa: stopka ściskana w sposób równomierny

$$c = (b - t_w - 2r) / 2 = (220 - 9,8 - 2 \times 24) / 2 = 81,10 \text{ mm}$$

$$c/t_f = 81,1 / 17,5 = 4,63 \leq 9 \quad \varepsilon = 7,29 \quad \text{Klasa 1}$$

Wewnętrzna część ściskana: środnik zginany

$$c = h - 2t_f - 2r = 597 - 2 \times 17,5 - 2 \times 24 = 514 \text{ mm}$$

$$c/t_w = 514 / 9,8 = 52,45 < 72 \quad \varepsilon = 58,32 \quad \text{Klasa 1}$$

Klasa przekroju jest najwyższą (tj. najmniej korzystną) z klas przekroju wyznaczonych dla stopki i środnika. W rozpatrywanym przypadku – Klasa 1.

Tak więc, weryfikacja nośności w SGN może zostać przeprowadzona przy użyciu plastycznej nośności przekroju.

Nośność przy zginaniu

Obliczeniowa nośność przekroju jest określona jako:

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = W_{pl,y} f_y / \chi_{M0} = (3141 \times 355 / 1,0) / 1000$$


$$M_{c,Rd} = 1115 \text{ kNm}$$

$$M_{y,Ed} / M_{c,Rd} = 842,13 / 1115 = 0,755 < 1 \quad \text{OK}$$

PN-EN
1993-1-1
Tablica 5.2
(arkusz 2
z 3)

PN-EN
1993-1-1
Tablica 5.2
(arkusz 1
z 3)

PN-EN
1993-1-1
§ [6.2.5](#)

ARKUSZ OBLICZENIOWY 	Dokument Ref:	<i>SX007a-EN-EU</i>	Strona	6 z 10
	Tytuł	<i>Przykład: Belka swobodnie podparta z bocznym stężeniem w punkcie przyłożenia obciążenia</i>		
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>		
	Wykonał	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Data	<i>kwiecień 2005</i>
	Sprawdził	<i>Alain BUREAU</i>	Data	<i>kwiecień 2005</i>

Współczynnik zwiczenia

W celu wyznaczenia obliczeniowej nośności na zwiczenie należy wyznaczyć współczynnik zwiczenia. Rachunek taki uwzględni wyznaczenie momentu krytycznego przy zwiczeniu sprężystym.

Moment krytyczny przy zwiczeniu sprężystym

Moment krytyczny może zostać obliczony z następującej zależności:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(k L_c)^2} \left\{ \sqrt{\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k L_c)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g)^2} - C_2 z_g \right\}$$

E jest modułem sprężystości $E = 210000 \text{ N/mm}^2$

G jest modułem sprężystości przy ścinaniu: $G = 80770 \text{ N/mm}^2$

L_c jest rozstawem pomiędzy stężeniami bocznymi: $L_c = 5,0 \text{ m}$

W wyrażeniu określającym M_{cr} , należy rozważyć następujące założenia:

$k = 1$ jeśli pas ściskany ma możliwość obrotu względem „słabej” osi przekroju poprzecznego,

$k_w = 1$ jeśli nie istnieją warunki przeciwdziałające spaczeniu przekroju na końcach belki.

Współczynniki C_1 oraz C_2 zależą od rozkładu momentu zginającego na długości segmentu belki pomiędzy bocznymi stężeniami. Można założyć, że wykres jest liniowy, wówczas :

$$C_1 = 1,77 \text{ dla } k = 1$$


$$C_2 z_g = 0$$

Wówczas:

$$\frac{\pi^2 E I_z}{(k L_c)^2} = \frac{\pi^2 \times 210000 \times 3116 \times 10^4}{(5000)^2} \times 10^{-3} = 2583 \text{ kN}$$

Patrz NCCI

[SN005](#)

	Dokument Ref:	SX007a-EN-EU	Strona	7 z 10
	Tytuł	Przykład: Belka swobodnie podparta z bocznym stężeniem w punkcie przyłożenia obciążenia		
	Dot. Eurokodu	EN 1993-1-1		
	Wykonał	Valérie LEMAIRE	Data	kwiecień 2005
	Sprawdził	Alain BUREAU	Data	kwiecień 2005

$$M_{cr} = 1,77 \times 2583 \times \left\{ \sqrt{\frac{2607000}{3116} \times 100 + \frac{81000 \times 1188000}{2583000}} \right\} \cdot 10^{-3}$$

$$M_{cr} = 1590 \text{ kNm}$$

Smukłość względna

Smukłość względną wyznacza się z zależności:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{3141000 \times 355}{1590 \times 10^6}} = 0,837$$

W przypadku dwuteowników walcowanych, $\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4$

Uwaga: Wartość $\bar{\lambda}_{LT,0}$ może zostać określona w Załączniku krajowym. Wartością zalecaną jest 0,4.

Więc $\bar{\lambda}_{LT} = 0,837 > \bar{\lambda}_{LT,0}$

Współczynnik zwichrzenia

W przypadku dwuteowników walcowanych współczynnik zwichrzenia jest wyznaczony z zależności:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{but} \quad \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases}$$

gdzie: $\phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$

α_{LT} jest parametrem imperfekcji przy zwichrzeniu. Gdy obliczenia dotyczą dwuteowników walcowanych, krzywą zwichrzenia należy określić według Tablicy 6.5:

Dla $h/b = 597 / 220 = 2,71 > 2 \rightarrow$ **Krzywa c** $\rightarrow \alpha_{LT} = 0,49$


$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4$ oraz $\beta = 0,75$

PN-EN
1993-1-1
§ [6.3.2.2](#) (1)

PN-EN
1993-1-1
§ [6.3.2.3](#)(1)

PN-EN
1993-1-1
§ [6.3.2.3](#) (1)

PN-EN
1993-1-1
Tablica 6.5
Tablica 6.3

ARKUSZ OBLICZENIOWY 	Dokument Ref:	<i>SX007a-EN-EU</i>	Strona	8 z 10
	Tytuł	<i>Przykład: Belka swobodnie podparta z bocznym stężeniem w punkcie przyłożenia obciążenia</i>		
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>		
	Wykonał	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Data	<i>kwiecień 2005</i>
	Sprawdził	<i>Alain BUREAU</i>	Data	<i>kwiecień 2005</i>

Uwaga: Wartości $\bar{\lambda}_{LT,0}$ oraz β mogą być określone w Załączniku krajowym. Wartościami zalecanymi są $\bar{\lambda}_{LT,0}=0,4$ oraz $\beta=0,75$.

Otrzymano:
$$\phi_{LT} = 0,5 \left[1 + 0,49 (0,837 - 0,4) + 0,75 \times (0,837)^2 \right] = 0,870$$

oraz:
$$\chi_{LT} = \frac{1}{0,870 + \sqrt{(0,870)^2 - 0,75 \times (0,837)^2}} = 0,740$$

Następnie należy sprawdzić: $\chi_{LT} = 0,740 < 1,0$

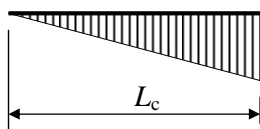
oraz:
$$\chi_{LT} = 0,740 < 1 / \bar{\lambda}_{LT}^2 = 1,427$$

Wpływ rozkładu momentów między bocznymi stężeniami na nośność obliczeniową na zwichrzenie można określić przez modyfikację współczynnika zwichrzenia za pomocą współczynnika f :

$$f = 1 - 0,5 (1 - k_c) \left[1 - 2 (\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \quad \text{but } \leq 1$$

gdzie:
$$k_c = \frac{1}{1,33 - 0,33 \times \psi} \quad \text{oraz } \psi = 0$$

Uproszczony rozkład momentu:




Wówczas:
$$k_c = \frac{1}{1,33} = 0,752$$

oraz:
$$f = 1 - 0,5 (1 - 0,752) [1 - 2 (0,837 - 0,8)^2] = 0,876$$

Otrzymuje się:
$$\chi_{LT,mod} = \chi_{LT} / f = 0,740 / 0,876 = 0,845$$

PN-EN
1993-1-1
§ [6.3.2.3](#) (2)

PN-EN
1993-1-1
Tablica 6.6

	Dokument Ref:	SX007a-EN-EU	Strona	9 z 10
	Tytuł	Przykład: Belka swobodnie podparta z bocznym stężeniem w punkcie przyłożenia obciążenia		
	Dot. Eurokodu	EN 1993-1-1		
	Wykonał	Valérie LEMAIRE	Data	kwiecień 2005
	Sprawdził	Alain BUREAU	Data	kwiecień 2005

Obliczeniowa nośność elementu na zwichrzenie

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT,mod} W_{pl,y} f_y / \gamma_{M1}$$

$$M_{b,Rd} = (0,845 \times 3141000 \times 355 / 1,0) \times 10^{-6} = 942,22 \text{ kNm}$$

$$M_{y,Ed} / M_{b,Rd} = 842,13 / 942,22 = 0,894 < 1 \quad \text{OK}$$

PN-EN
1993-1-1
§ [6.3.2.1](#)

Nośność przekroju przy ścinaniu

W przypadku braku skręcania, nośność plastyczna przy ścinaniu zależy od pola przekroju czynnego przy ścinaniu, według zależności::

$$A_{v,z} = A - 2 b t_f + (t_w + 2 r) t_f$$

$$A_{v,z} = 13700 - 2 \times 220 \times 17,5 + (9,8 + 2 \times 24) \times 17,5 = 7011,5 \text{ mm}^2$$

$$\text{Lecz nie mniej niż } \eta h_w t_w = 1,2 \times 562 \times 9,8 = 6609,12 \text{ mm}^2 \quad \text{OK}$$

PN-EN
1993-1-1
§ [6.2.6](#) (3)

Nośność plastyczna przy ścinaniu

$$V_{pl,z,Rd} = \frac{A_{v,z} (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}} = \frac{7011,5 \times (355 / \sqrt{3}) / 1000}{1,0} = 1437 \text{ kN}$$

$$V_{z,Ed} / V_{pl,z,Rd} = 172 / 1437 = 0,12 < 1 \quad \text{OK}$$

PN-EN
1993-1-1
§ [6.2.6](#) (2)

Nośność środnika na utratę stateczności miejscowej przy ścinaniu


W przypadku nieuźebrowanych środników o smukłości h_w/t_w większej od $72 \varepsilon / \eta$ należy sprawdzić warunek stateczności środnika oraz należy zaprojektować żebra poprzeczne na podporach.

Wartość współczynnika η może być konserwatywnie przyjęta jako 1,0.

$$h_w / t_w = (597 - 2 \times 17,5) / 9,8 = 57,35 < 72 \times 0,81 / 1,0 = 58,3$$

Tak więc, warunek stateczności środnika nie musi być sprawdzony.

PN-EN
1993-1-1
§ [6.2.6](#) (6)

	Dokument Ref:	<i>SX007a-EN-EU</i>	Strona	<i>10 z 10</i>
	Tytuł	<i>Przykład: Belka swobodnie podparta z bocznym stężeniem w punkcie przyłożenia obciążenia</i>		
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>		
	Wykonał	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Data	<i>kwiecień 2005</i>
	Sprawdził	<i>Alain BUREAU</i>	Data	<i>kwiecień 2005</i>

Sprawdzenie stanu granicznego użytkowalności (SGU)

Kombinacja oddziaływań w SGU

$$q_g = 1,06 \text{ kN/m}$$

$$F_G + F_Q = 147 + 87,50 = 234,50 \text{ kN}$$

Ugięcie powstałe pod działaniem $G+Q$:

$$w = \frac{(F_G + F_Q) L^3}{48 E I_y} + \frac{5 q_g L^4}{384 E I_y}$$

$$w = \frac{234500 \times (10000)^3}{48 \times 210000 \times 82920 \times 10^4} + \frac{5 \times 1,06 \times (10000)^4}{384 \times 210000 \times 82920 \times 10^4}$$

$$w = 28,85 \text{ mm}$$

Strzałka ugięcia wynosi $L/347$ – **OK**

Ugięcie od obciążenia Q :

$$w = \frac{F_Q L^3}{48 E I_y} = \frac{87500 \times (10000)^3}{48 \times 210000 \times 82920 \times 10^4}$$

$$w = 10,47 \text{ mm}$$

Strzałka ugięcia wynosi $L/955$ – **OK**

Uwaga 1: Ugięcia dopuszczalne powinny zostać określone przez Zamawiającego. Załącznik krajowy może określić wartości graniczne. W tym wypadku wynik można uznać za całkiem zadowalający.

Uwaga 2: Biorąc pod uwagę częstotliwość drgań własnych, Załącznik krajowy może określić warunki z wartościami granicznymi.

PN-EN 1990

§ [6.5.3](#)

PN-EN
1993-1-1

§ [7.2.1\(1\)B](#)

PN-EN
1993-1-1

§ [7.2.3\(1\)B](#)

Protokół jakości

Tytuł zasobu	<i>Przykład: Belka swobodnie podparta z bocznym stężeniem w punkcie przyłożenia obciążenia</i>		
Odniesienie			
ORIGINAŁ DOKUMENTU			
	Imię i nazwisko	Instytucja	Data
Stworzony przez	Valérie LEMAIRE	CTICM	08/04/2005
Zawartość techniczna sprawdzona przez	Alain BUREAU	CTICM	11/05/2005
Zawartość redakcyjna sprawdzona przez			
Zawartość techniczna zaaprobowana przez:			
1. Wielka Brytania	G W Owens	SCI	17.08.2005
2. Francja	Alain BUREAU	CTICM	17.08.2005
3. Szwecja	A Olsson	SBI	17.08.2005
4. Niemcy	C Muller	RWTH	17.08.2005
5. Hiszpania	J Chica	Labein	17.08.2005
Zasób zatwierdzony przez Koordynatora Technicznego	G W Owens	SCI	21.05.2005
TŁUMACZENIE DOKUMENTU			
Tłumaczenie wykonał i sprawdził:	L. Ślęczka		
Tłumaczenie zatwierdzone przez:			

Informacje ramowe

Tytuł*	Przykład: Belka swobodnie podparta z bocznym stężeniem w punkcie przyłożenia obciążenia	
Seria		
Opis*	Przykład podaje sposób obliczania belki swobodnie podpartej, stężonej bocznie w punkcie działania obciążenia oraz na podporach.	
Poziom dostępu*	Umiejętności specjalistyczne	Specjalista
Identyfikator*	Nazwa pliku	http://steelex.steel-sci.org/C5/Draft Content for Endorsement/Document Library/T1706-DFE.doc
Format	Microsoft Office Word; 13 stron; 397kb;	
Kategoria*	Typ zasobu	Przykład obliczeniowy
	Punkt widzenia	Inżynier
Temat*	Obszar stosowania	Budynki wielokondygnacyjne
Daty	Data utworzenia	08/07/2005
	Data ostatniej modyfikacji	08/07/2005
	Data sprawdzenia	
	Ważny od	
	Ważny do	
Język(i)*		Polski
Kontakt	Autor	Valérie LEMAIRE, CTICM
	Sprawdził	Alain BUREAU, CTICM
	Zatwierdził	
	Redaktor	
	Ostatnia modyfikacja	
Słowa kluczowe*	Wyboczenie, nośność na zwichrzenie, niestateczność przy ścinaniu, belki	
Zobacz też	Odniesienie do Eurokodu	EN 1990, EN 1993-1-1, EN 1993-1-5
	Przykład(y) obliczeniowy	
	Komentarz	
	Dyskusja	
	Inne	SN005
Sprawozdanie	Przydatność krajowa	EU
Instrukcje szczególne		