
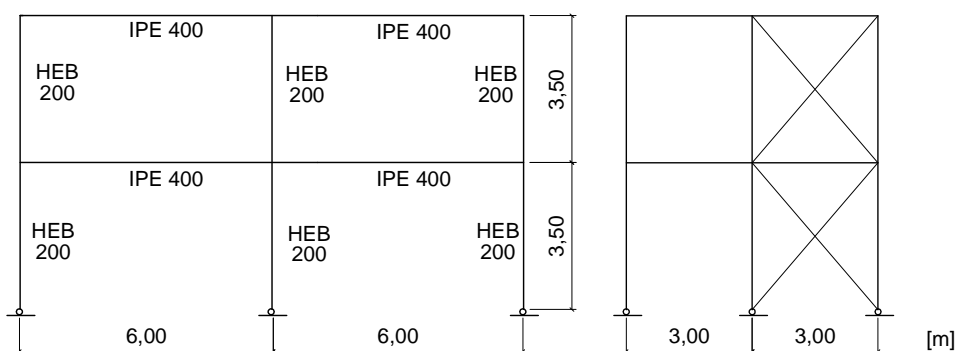


<b>ARKUSZ OBLICZENIOWY</b> 	Document Ref:	<i>SX006a-EN-EU</i>	Strona	<i>1</i>	z	<i>8</i>
	Tytuł	<i>Przykład: Obliczenie współczynnika alfa-cr</i>				
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>				
	Wykonał	<i>Matthias Oppe</i>	Data	<i>czerwiec 2005</i>		
	Sprawdził	<i>Christian Müller</i>	Data	<i>czerwiec 2005</i>		

## Przykład: Obliczenie współczynnika alfa-cr

*Przykład przedstawia sposób obliczania współczynnika alfa-cr układu ramowego. Pokazano, czy efekty drugiego rzędu powinny zostać uwzględnione w analizie konstrukcji, czy też mogą zostać pominięte.*



Układ a) Sztywne podstawy słupów



Układ b) Przegubowe podstawy słupów




### Dane podstawowe

Sprawdzenie, czy efekty drugiego rzędu powinny zostać uwzględnione, czy mogą zostać pominięte, wykonano dla następujących danych.

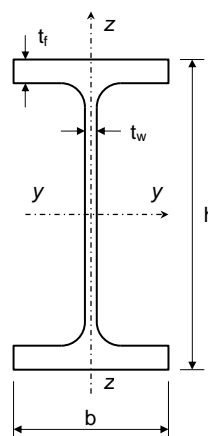
- Rozpiętość przęsła: 6,00 m
- Rozstaw układów (ram): 3,00 m
- Grubość płyty stropowej: 12 cm
- Ciężar ścianek działowych: 1,50 kN/m<sup>2</sup>
- Obciążenie użytkowe: 5,00 kN/m<sup>2</sup>
- Ciężar objętościowy betonu: 24 kN/m<sup>3</sup>
- Gatunek stali: S235

Ciężar płyty stropowej:  $0,12 \times 24 \text{ kN/m}^3 = 2,88 \text{ kN/m}^2$

<b>ARKUSZ OBLICZENIOWY</b> 	Document Ref:	<i>SX006a-EN-EU</i>	Strona	<b>2</b>	z	<b>8</b>
	Tytuł	<i>Przykład: Obliczenie współczynnika alfa-cr</i>				
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>				
	Wykonał	<i>Matthias Oppe</i>	Data	<i>czerwiec 2005</i>		
	Sprawdził	<i>Christian Müller</i>	Data	<i>czerwiec 2005</i>		

**Belki IPE 400 – gatunek stali S235**

Wysokość	$h = 400 \text{ mm}$
Szerokość	$b = 180 \text{ mm}$
Grubość środnika	$t_w = 8,6 \text{ mm}$
Grubość stopki	$t_f = 13,5 \text{ mm}$
Promień wyokrąglenia	$r = 21 \text{ mm}$
Masa jednostkowa	$66,3 \text{ kg/m}$
Pole przekroju poprzecznego	$A = 84,46 \text{ cm}^2$
Moment bezwł. przekroju	$I_y = 23130 \text{ cm}^4$



Euronorm  
19-57

**Słupy HE 200 B – gatunek stali S235**

Wysokość	$h = 200 \text{ mm}$
Szerokość	$b = 200 \text{ mm}$
Grubość środnika	$t_w = 9,0 \text{ mm}$
Grubość stopki	$t_f = 15,0 \text{ mm}$
Promień wyokrąglenia	$r = 18 \text{ mm}$
Masa jednostkowa	$61,3 \text{ kg/m}$
Pole przekroju poprzecznego	$A = 78,08 \text{ cm}^2$
Moment bezwł. przekroju	$I_y = 5696 \text{ cm}^4$

Euronorm  
53-62

**Ciążar własny belki:**

$$(66,3 \times 9,81) \times 10^{-3} = 0,650 \text{ kN/m}$$

**Oddziaływania stałe:**

$$G = 0,650 + (2,88 + 1,5) \times 3,00$$

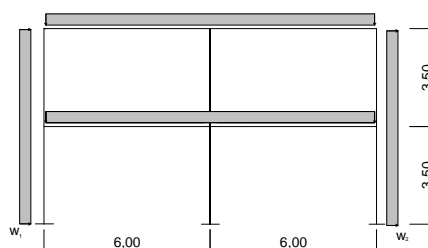
$$= 13,79 \text{ kN/m}$$


**Oddziaływania zmienne:**

$$Q = 5,0 \times 3,0 = 15,0 \text{ kN/m}$$

$$w_1 = 2,03 \text{ kN/m}$$

$$w_2 = 0,76 \text{ kN/m}$$



<b>ARKUSZ OBLICZENIOWY</b> 	Document Ref:	<i>SX006a-EN-EU</i>	Strona	<b>3</b>	z	<b>8</b>
	Tytuł	<i>Przykład: Obliczenie współczynnika alfa-cr</i>				
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>				
	Wykonał	<i>Matthias Oppe</i>	Data	<i>czerwiec 2005</i>		
	Sprawdził	<i>Christian Müller</i>	Data	<i>czerwiec 2005</i>		

**Kombinacja oddziaływań w SGN (podstawowa):**

$$\gamma_G G + \gamma_Q Q = 1,35 \times 13,79 + 1,50 \times 15,0 = 38,9 \text{ kN/m}$$

$$w_1 = 1,35 \times 2,03 = 2,75 \text{ kN/m}$$

$$w_2 = 1,35 \times 0,76 = 1,01 \text{ kN/m}$$

PN-EN 1990  
[§ 6.4.3.2](#)  
(6.10)

**Granica plastyczności**

Gatunek stali S235

Największa grubość ścianki wynosi 15,0 mm < 40 mm, więc:

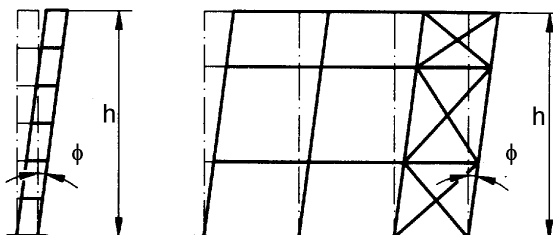
$$f_y = 235 \text{ N/mm}^2$$

PN-EN  
1993-1-1  
Tablica 3.1

**Uwaga:** Załącznik krajowy może narzucić wartości  $f_y$  z Tablicy 3.1 lub wartości z norm wyrobu.

**Globalna wstępna imperfekcja przechyłowa:**

$$\phi = \phi_0 \times \alpha_m \times \alpha_h$$



PN-EN  
1993-1-1 [§ 5.3.2](#)

Gdzie:  $\phi_0$  jest wartością podstawową:  $\phi_0 = 1/200$

$\alpha_h$  jest współczynnikiem redukcyjnym ze względu na stosowną wysokość słupów:


$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \quad \text{but} \quad \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1,0$$

$h$  jest wysokością konstrukcji w metrach

$\alpha_m$  jest współczynnikiem redukcyjnym ze względu na liczbę słupów w rzędzie:

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left( 1 + \frac{1}{m} \right)}$$

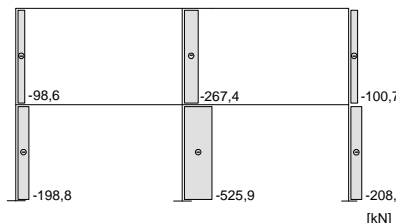
$m$  jest liczbą słupów w rzędzie, z uwzględnieniem tylko tych, które przenoszą obciążenie  $N_{Ed}$  nie mniejsze niż 50% przeciętnego obciążenia słupa w rozpatrywanej płaszczyźnie pionowej

<b>ARKUSZ OBLICZENIOWY</b> 	Document Ref:	<i>SX006a-EN-EU</i>	Strona	<b>4</b> z <b>8</b>	
	Tytuł	<i>Przykład: Obliczenie współczynnika alfa-cr</i>			
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>			
	Wykonał	<i>Matthias Oppe</i>	Data	<i>czerwiec 2005</i>	
	Sprawdził	<i>Christian Müller</i>	Data	<i>czerwiec 2005</i>	

Przeciętna siła ściskająca w słupie:

$$N_{\text{average}} = \frac{1}{3} \times 38,9 \times 12 \times 2 = 311,2 \text{ kN}$$

$$N_{\text{Ed}} > 0,5 \times N_{\text{average}} = 155,6 \text{ kN}$$



z obliczeń programem komputerowym

⇒ uwzględniając rozkład sił wewnętrznych (zob. obliczenia komputerowe) należy uwzględnić trzy słupy ( $m = 3$ )

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \times \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \times \left(1 + \frac{1}{3}\right)} = 0,816$$

$$h = 7,00 \text{ m}$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{7}} = 0,756$$

$$\phi = \frac{1}{200} \times 0,756 \times 0,816 = \frac{1}{324}$$

Zastępcze siły poziome

$$H_{1,d} = H_{2,d} = \phi \times g \times l = \frac{1}{324} \times 38,9 \times 12 = 1,44 \text{ kN}$$

### **Efekty towarzyszące deformacjom konstrukcji**


#### **Obliczenie $\alpha_{cr}$**

Analizę pierwszego rzędu można stosować, jeśli przyrost odpowiednich sił wewnętrznych lub momentów, lub jakkolwiek inna zmiana zachowania się konstrukcji spowodowana deformacjami może być pominięta. Przyjmuje się, że tak jest, jeśli spełnione jest odpowiednie kryterium:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10 \text{ (w przypadku analizy sprężystej)}$$

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 15 \text{ (w przypadku analizy plastycznej)}$$

PN-EN  
1993-1-1 §  
[5.2.1](#) (3)

<b>ARKUSZ OBLICZENIOWY</b> 	Document Ref:	<i>SX006a-EN-EU</i>	Strona	<i>5</i>	z	<i>8</i>
	Tytuł	<i>Przykład: Obliczenie współczynnika alfa-cr</i>				
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>				
	Wykonał	<i>Matthias Oppe</i>	Data	<i>czerwiec 2005</i>		
	Sprawdził	<i>Christian Müller</i>	Data	<i>czerwiec 2005</i>		

gdzie:  $\alpha_{cr}$  jest mnożnikiem obciążenia krytycznego w stosunku do obciążeń obliczeniowych, odpowiadającym globalnej niestateczności sprężystej układu

$F_{cr}$  jest obciążeniem krytycznym odpowiadającym globalnej formie niestateczności sprężystej i początkowej sztywności sprężystej układu

$F_{Ed}$  jest obciążeniem obliczeniowym działającym na konstrukcję

### Alternatywne wyznaczanie $\alpha_{cr}$

Narażone na przechył układy słupowo-belkowe w budynkach, można sprawdzać na podstawie analizy pierwszego rzędu, jeśli kryterium  $\alpha_{cr} \geq 10$  (lub odpowiednio  $\alpha_{cr} \geq 15$ ) jest spełnione w wypadku każdej kondygnacji. W przypadku takich konstrukcji, gdy siły ściskające w belkach lub ryglach nie są zbyt duże, mnożnik  $\alpha_{cr}$  można obliczać według następującego wzoru przybliżonego:

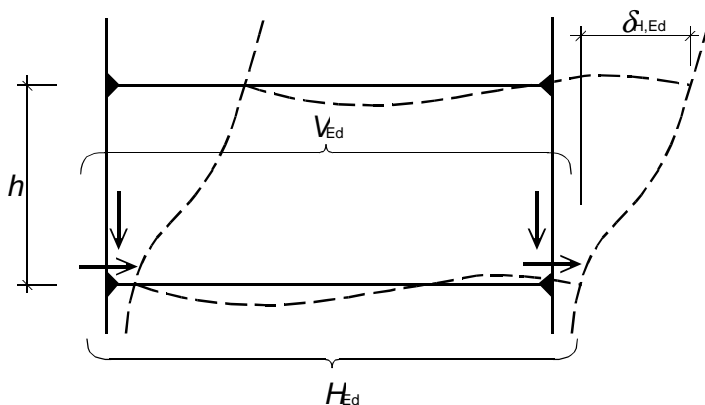
$$\alpha_{cr} = \left( \frac{H_{Ed}}{V_{Ed}} \right) \left( \frac{h}{\delta_{H,Ed}} \right)$$

gdzie:  $H_{Ed}$  jest wartością obliczeniową reakcji poziomej u dołu kondygnacji na obciążenia poziome, w tym fikcyjne siły poziome


$V_{Ed}$  jest sumarycznym obliczeniowym obciążeniem pionowym u dołu kondygnacji

$\delta_{H,Ed}$  jest przemieszczeniem poziomym góry kondygnacji względem dołu kondygnacji, wywołanym wszystkimi zewnętrznymi i fikcyjnymi obciążeniami poziomymi, przyłożonymi na poziomie każdej kondygnacji

$h$  jest wysokością kondygnacji



PN-EN  
1993-1-1 §  
[5.2.1](#) (4)B

<b>ARKUSZ OBLICZENIOWY</b> 	Document Ref:	<i>SX006a-EN-EU</i>	Strona	<b>6</b>	z	<b>8</b>
	Tytuł	<i>Przykład: Obliczenie współczynnika alfa-cr</i>				
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>				
	Wykonał	<i>Matthias Oppe</i>	Data	<i>czerwiec 2005</i>		
	Sprawdził	<i>Christian Müller</i>	Data	<i>czerwiec 2005</i>		

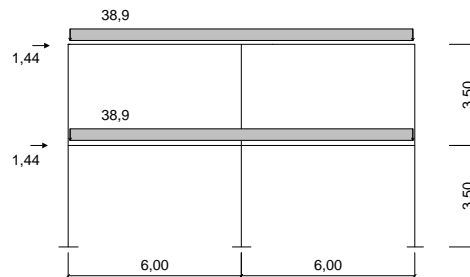
### a) Sztywne podstawy słupów

#### Obliczenie $\alpha_{cr}$

Obliczenia programem komputerowym przeprowadzone dla odpowiedniego przypadku obciążenia prowadzą do wyniku:

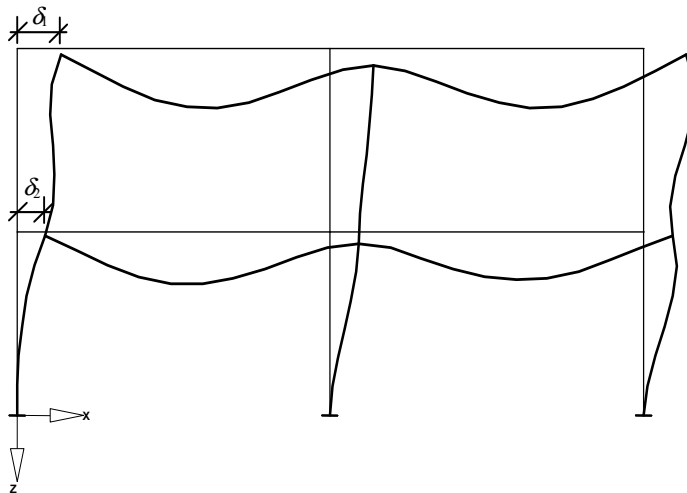
$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} = 27,06 > 10$$

⇒ wpływ efektów drugiego rzędu może zostać pominięty



#### Wyznaczenie wartości $\alpha_{cr}$ w sposób przybliżony

Konstrukcja odkształcona



$$\delta_1 = 0,69 \text{ mm} \qquad h = 3,50\text{m} \qquad \Sigma V_{Ed} = 466,8 \text{ kN}$$


$$\delta_2 = 0,31 \text{ mm} \qquad \Sigma H_{Ed} = 1,44 \text{ kN}$$

$$\alpha_{cr,1} = \frac{1,44}{466,8} \times \frac{3500}{0,69 - 0,31} = 28,41 > 10$$

$$\alpha_{cr,2} = \frac{1,44 \times 2}{466,8 \times 2} \times \frac{3500}{0,31} = 34,83 > 10$$

⇒ wpływ efektów drugiego rzędu może zostać pominięty

PN-EN  
1993-1-1 §  
[5.2.1](#) (3)

<b>ARKUSZ OBLICZENIOWY</b> 	Document Ref:	<i>SX006a-EN-EU</i>	Strona	<b>7</b> z <b>8</b>	
	Tytuł	<i>Przykład: Obliczenie współczynnika alfa-cr</i>			
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>			
	Wykonał	<i>Matthias Oppe</i>	Data	<i>czerwiec 2005</i>	
	Sprawdził	<i>Christian Müller</i>	Data	<i>czerwiec 2005</i>	

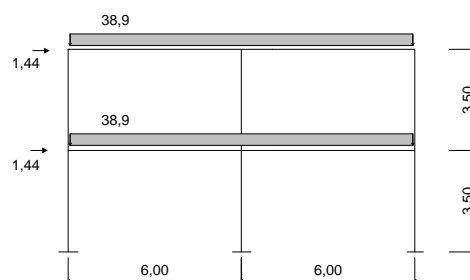
## b) Przegubowe podstawy słupów

### Obliczenie $\alpha_{cr}$

Obliczenia programem komputerowym przeprowadzone dla odpowiedniego przypadku obciążenia prowadzą do wyniku:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} = 6,79 < 10$$

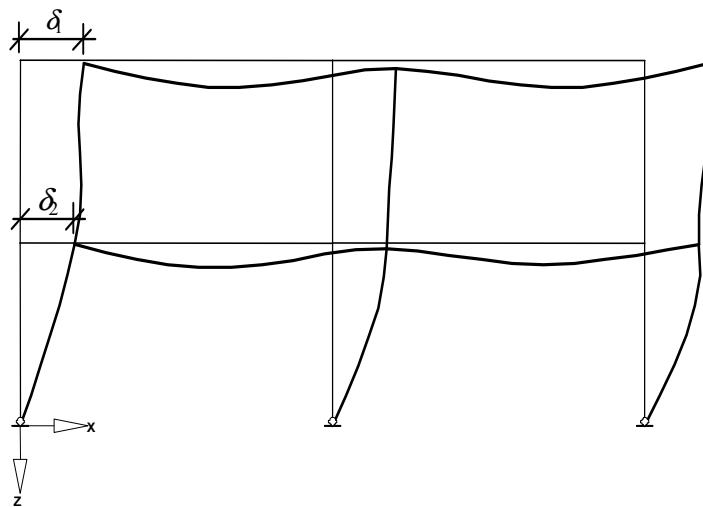
⇒ wpływ efektów drugiego rzędu powinien zostać uwzględniony



PN-EN  
1993-1-1 §  
[5.2.1](#) (3)

### Wyznaczenie wartości $\alpha_{cr}$ w sposób przybliżony

Konstrukcja odkształcona



$$\delta_1 = 1,79 \text{ mm} \quad h = 3,50 \text{ m} \quad \Sigma V_{Ed} = 466,8 \text{ kN}$$


$$\delta_2 = 1,34 \text{ mm} \quad \Sigma H_{Ed} = 1,44 \text{ kN}$$

$$\alpha_{cr,1} = \frac{1,44}{466,8} \times \frac{3500}{1,79 - 1,34} = 23,99 > 10$$

$$\alpha_{cr,2} = \frac{1,44 \times 2}{466,8 \times 2} \times \frac{3500}{1,34} = 8,06 < 10$$

⇒ wpływ efektów drugiego rzędu powinien zostać uwzględniony

PN-EN  
1993-1-1 §  
[5.2.1](#) (4)B

<b>ARKUSZ OBLICZENIOWY</b> 	Document Ref:	<i>SX006a-EN-EU</i>	Strona	<b>8</b>	z	<b>8</b>
	Tytuł	<i>Przykład: Obliczenie współczynnika alfa-cr</i>				
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>				
	Wykonał	<i>Matthias Oppe</i>	Data	<i>czerwiec 2005</i>		
	Sprawdził	<i>Christian Müller</i>	Data	<i>czerwiec 2005</i>		

W przypadku ram wielokondygnacyjnych przechyłowe efekty drugiego rzędu mogą zostać uwzględnione przez zwiększenie obciążeń poziomych  $H_{Ed}$  (np. od wiatru) oraz zastępczych obciążeń  $V_{Ed} \times \phi$  od imperfekcji uwzględniającej efekty przechyłowe pierwszego rzędu za pomocą współczynnika:

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}}$$

pod warunkiem, że: -  $\alpha_{cr} > 3,0$

- wszystkie kondygnacje mają podobne rozkłady

- obciążeń pionowych
- obciążeń poziomych
- sztywności na przechył, odniesionej do przenoszonych sił poziomych.

W przypadku rozpatrywanej ramy:

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{6,79}} = 1,172$$

EN 1993-1-1  
[§ 5.2.2 \(6\)B](#)



## Protokół jakości

Tytuł zasobu	Przykład: Obliczenie współczynnika alfa-cr		
Odniesienie			
<b>ORIGINAŁ DOKUMENTU</b>			
	<b>Imię i nazwisko</b>	<b>Instytucja</b>	<b>Data</b>
Stworzony przez	Matthias Oppe	RWTH	15/06/05
Zawartość techniczna sprawdzona przez	Christian Müller	RWTH	15/06/05
Zawartość redakcyjna sprawdzona przez			
Zawartość techniczna zaaprobowana przez:			
1. Wielka Brytania	G W Owens	SCI	7/7/05
2. Francja	A Bureau	CTICM	17/8/05
3. Szwecja	A Olsson	SBI	8/8/05
4. Niemcy	C Muller	RWTH	10/8/05
5. Hiszpania	J Chica	Labein	12/8/05
Zasób zatwierdzony przez Koordynatora Technicznego	G W Owens	SCI	21/05/06
<b>TŁUMACZENIE DOKUMENTU</b>			
Tłumaczenie wykonał i sprawdził:	L. Ślęczka		
Tłumaczenie zatwierdzone przez:			

## Informacje ramowe

<b>Tytuł*</b>	Przykład: Obliczenie współczynnika alfa-cr	
<b>Seria</b>		
<b>Opis*</b>	Przykład przedstawia sposób obliczania współczynnika alfa-cr układu ramowego. Pokazano, czy efekty drugiego rzędu powinny zostać uwzględnione w analizie konstrukcji, czy też mogą zostać pominięte.	
<b>Poziom dostępu*</b>	Umiejętności specjalistyczne	Specjalista
<b>Identyfikator*</b>	Nazwa pliku	P:\CMP\CMP554\Finalization\SX files\SX006\SX006a-EN-EU.doc
<b>Format</b>	Microsoft Office Word; 10 stron; 1691kb;	
<b>Kategoria*</b>	Typ zasobu	Przykład obliczeniowy
	Punkt widzenia	Inżynier
<b>Temat*</b>	Obszar stosowania	Budynki wielokondygnacyjne
<b>Daty</b>	Data utworzenia	17/08/2005
	Data ostatniej modyfikacji	
	Data sprawdzenia	
	Ważny od	
	Ważny do	
<b>Język(i)*</b>		Polski
<b>Kontakt</b>	Autor	Matthias Oppe, RWTH
	Sprawdził	Christian Müller, RWTH
	Zatwierdził	
	Redaktor	
	Ostatnia modyfikacja	
<b>Keywords*</b>	Analiza drugiego rzędu, stateczność konstrukcji ram, przemieszenia ramy	
<b>See Also</b>	Odniesienie do Eurokodu	EN1990 EN199-1-1
	Przykład(y) obliczeniowy	
	Komentarz	
	Dyskusja	
	<i>Inne</i>	
<b>Sprawozdanie</b>	Przydatność krajowa	Europa
<b>Instrukcje szczególne</b>		