


<b>ARKUSZ OBLICZENIOWY</b> 	Dokument Ref:	<i>SX003a-EN-EU</i>	Strona	<i>1</i>	z	<i>8</i>
	Tytuł	<i>Przykład: Belka wolnopodparta z pośrednimi stężeniami bocznymi</i>				
	Dotyczy Eurokodu	<i>EN 1993-1-1:2004</i>				
	Wykonał	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Data	<i>maj 2005</i>		
	Sprawdził	<i>Alain BUREAU</i>	Data	<i>maj 2005</i>		

## Przykład: Belka swobodnie podparta z pośrednimi stężeniami bocznymi

Przykład podaje szczegóły weryfikacji nośności belki swobodnie podpartej obciążonej w sposób równomierny. Belka jest stężona bocznie płatwiami.

### Zakres

Przykład rozpatruje dachową belkę swobodnie podpartą, z pośrednimi stężeniami bocznymi, na którą działa obciążenie równomiernie rozłożone pochodzące od:

- Ciężaru własnego belki
- Ciężaru własnego pokrycia dachowego i płatwi
- Obciążeń atmosferycznych

Belka jest kształtownikiem walcowanym na gorąco, zginanym względem „mocniejszej” osi przekroju.

Przykład zawiera:

- Klasyfikację przekroju,
- Obliczenie nośności przy zginaniu,
- Obliczenie nośności przy ścinaniu,
- Obliczenie ugięcia w stanie granicznym użyteczności.


### Częściowy współczynnik bezpieczeństwa

$\gamma_{G,sup}$	= 1,35	(oddziaływania stałe)
$\gamma_{G,inf}$	= 1,0	(oddziaływania stałe)
$\gamma_Q$	= 1,50	(oddziaływania zmienne)
$\gamma_{M0}$	= 1,0	
$\gamma_{M1}$	= 1,0	

PN-EN 1990  
Tablica  
A1.2(B)

PN-EN  
1993-1-1

[§ 6.1](#) (1)

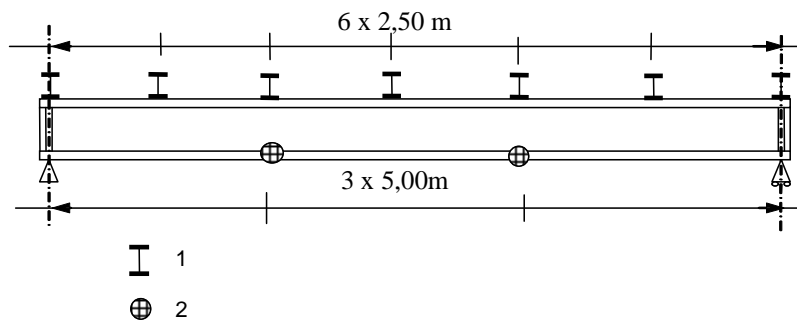
<b>ARKUSZ OBLICZENIOWY</b> 	Dokument Ref:	<i>SX003a-EN-EU</i>	Strona	<i>2</i>	z	<i>8</i>
	Tytuł	<i>Przykład: Belka wolnopodparta z pośrednimi stężeniami bocznymi</i>				
	Dotyczy Eurokodu	<i>EN 1993-1-1:2004</i>				
	Wykonał	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Data	<i>maj 2005</i>		
	Sprawdził	<i>Alain BUREAU</i>	Data	<i>maj 2005</i>		

### Dane podstawowe

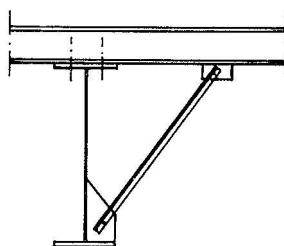
Projektowanie belki stalowej odbywa się według danych zestawionych poniżej. Belka jest podparta widełkowo na końcach.

Rozpiętość przęsła:	15,00 m
Rozstaw belek:	6,00 m
Ciężar własny pokrycia dachowego:	0,30 kN/m <sup>2</sup>
Obciążenie klimatyczne - śnieg:	0,60 kN/m <sup>2</sup>
Obciążenie klimatyczne - wiatr:	-0,50 kN/m <sup>2</sup> (ssanie)
Gatunek stali:	S235

Obciążenia klimatyczne podano o wartościach charakterystycznych, obliczonych według normy PN-EN 1991.




- 1: Stężenie boczne (płatew)  
2: Stężenie boczne (przeciwnskrętne)



Stężenie przeciwnskrętne

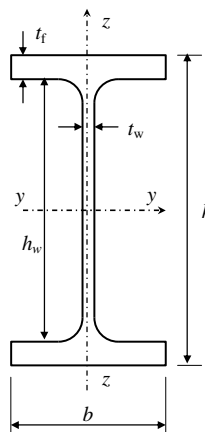
Belka jest podparta widełkowo na podporach, posiada pas górny stężony płatwiami w rozstawie co 2,5 m, oraz pas dolny podparty bocznie (stężeniem przeciwnskrętne) w rozstawie co 5,0 m.

Belkę wykonano ze strzałą odwrotną o wartości 1/500 rozpiętości,  $w_c = 30$  mm.

<b>ARKUSZ OBLICZENIOWY</b> 	Dokument Ref:	<i>SX003a-EN-EU</i>	Strona	<b>3</b>	z	<b>8</b>
	Tytuł	<i>Przykład: Belka wolnopodparta z pośrednimi stężeniami bocznymi</i>				
	Dotyczy Eurokodu	<i>EN 1993-1-1:2004</i>				
	Wykonał	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Data	<i>maj 2005</i>		
	Sprawdził	<i>Alain BUREAU</i>	Data	<i>maj 2005</i>		

Dobrano kształtownik IPE 400 – gatunek stali S235

Wysokość	$h = 400 \text{ mm}$
Wysokość środnika	$h_w = 373 \text{ mm}$
Szerokość	$b = 180 \text{ mm}$
Grubość środnika	$t_w = 8,6 \text{ mm}$
Grubość stopki	$t_f = 13,5 \text{ mm}$
Promień wyokrąglenia	$r = 21 \text{ mm}$
Masa jednostkowa	$66,3 \text{ kg/m}$



Euronorm  
19-57

Pole przekroju poprzecznego	$A = 84,46 \text{ cm}^2$
Moment bezwładności wzgl. osi y-y	$I_y = 23130 \text{ cm}^4$
Moment bezwładności wzgl. osi z-z	$I_z = 1318 \text{ cm}^4$
Moment bezwładności przy skręcaniu	$I_t = 51,08 \text{ cm}^4$
Wycinkowy moment bezwładności	$I_w = 490\,000 \text{ cm}^6$
Sprężysty wskaźnik wytrzymałości	$W_{el,y} = 1156 \text{ cm}^3$
Wskaźnik oporu plastycznego	$W_{pl,y} = 1307 \text{ cm}^3$

Ciężar własny belki:  $(66,3 \times 9,81) \times 10^{-3} = 0,65 \text{ kN/m}$

Oddziaływania stałe:

$$G = 0,65 + 0,30 \times 6,00 = 2,45 \text{ kN/m}$$

Obciążenia klimatyczne:

$$Q_s = 0,60 \times 6,0 = 3,60 \text{ kN/m}$$

$$Q_w = -0,50 \times 6,0 = -3,00 \text{ kN/m}$$

**Kombinacja oddziaływań w stanie granicznym nośności (SGN):**


Kombinacja 1  $\gamma_{G,sup} G + \gamma_Q Q_s = 1,35 \times 2,45 + 1,50 \times 3,60 = 8,71 \text{ kN/m}$

Kombinacja 2  $\gamma_{G,inf} G + \gamma_Q Q_w = 1,00 \times 2,45 - 1,50 \times 3,00 = -2,05 \text{ kN/m}$

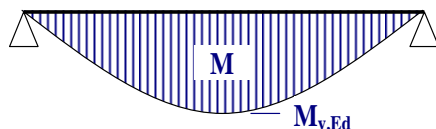
PN-EN 1990

§ [6.4.3.2](#)

Wyrażenie  
6.10

<b>ARKUSZ OBLICZENIOWY</b> 	Dokument Ref:	<i>SX003a-EN-EU</i>	Strona	<b>4</b> z <b>8</b>
	Tytuł	<i>Przykład: Belka wolnopodparta z pośrednimi stężeniami bocznymi</i>		
	Dotyczy Eurokodu	<i>EN 1993-1-1:2004</i>		
	Wykonał	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Data	<i>maj 2005</i>
	Sprawdził	<i>Alain BUREAU</i>	Data	<i>maj 2005</i>

### Wykres momentu zginającego

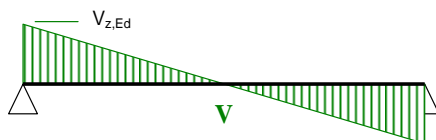


Największa wartość momentu zginającego (w środku rozpiętości):

Kombinacja 1  $M_{y,Ed} = 0,125 \times 8,71 \times 15^2 = 244,97 \text{ kNm}$

Kombinacja 2  $M_{y,Ed} = 0,125 \times -2,05 \times 15^2 = -57,66 \text{ kNm}$

### Wykres siły poprzecznej



Największa wartość siły poprzecznej (przy podporze):

Kombinacja 1  $V_{z,Ed} = 0,5 \times 8,71 \times 15 = 65,33 \text{ kN}$

Kombinacja 2  $V_{z,Ed} = 0,5 \times -2,05 \times 15 = -15,38 \text{ kN}$

### Granica plastyczności

Gatunek stali S235

Największa grubość ścianki wynosi 13,5 mm < 40 mm, więc:

$$f_y = 235 \text{ N/mm}^2$$

**Uwaga:** Załącznik krajowy może narzucić wartości  $f_y$  z Tablicy 3.1 lub wartości z norm wyrobu.

### Klasyfikacja przekroju:

Współczynnik  $\epsilon$  jest uzależniony od granicy plastyczności:

$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y [\text{N/mm}^2]}} = 1$$

**Wspornikowa część pasa:** ścianka ściskana równomiernie na całej szerokości


$$c = (b - t_w - 2r) / 2 = (180 - 8,6 - 2 \times 21) / 2 = 64,7 \text{ mm}$$


$$c/t_f = 64,7 / 13,5 = 4,79 \leq 9 \epsilon = 9 \quad \text{Klasa 1}$$


PN-EN  
1993-1-1  
Tablica 3.1


PN-EN  
1993-1-1  
Tablica 5.2

(arkusz 2  
z 3)

	Dokument Ref:	SX003a-EN-EU	Strona	5 z 8
	Tytuł	Przykład: Belka wolnopodparta z pośrednimi stężeniami bocznymi		
	Dotyczy Eurokodu	EN 1993-1-1:2004		
	Wykonał	Valérie LEMAIRE	Data	maj 2005
	Sprawdził	Alain BUREAU	Data	maj 2005
<p><b>Wewnętrzna część ściskana:</b> ścianka poddana czystemu zginaniu</p> $c = h - 2 t_f - 2 r = 400 - 2 \times 13,5 - 2 \times 21 = 331 \text{ mm}$ $c / t_w = 331 / 8,6 = 38,49 < 72 \varepsilon = 72 \quad \text{Klasa 1}$ <p>Klasa przekroju jest najwyższą klasą (najmniej korzystną) spośród średnika i stopek. W analizowanym przypadku jest to klasa 1. Tak więc weryfikacja nośności w SGN może być przeprowadzona na podstawie nośności plastycznej przekroju.</p> <p><b>Nośność przekroju przy zginaniu</b></p> <p>Obliczeniowa nośność przekroju przy zginaniu określona jest następująco:</p> $M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = W_{pl,y} f_y / \gamma_{M0} = (1307 \times 235 / 1,0) / 1000$ $M_{c,Rd} = 307,15 \text{ kNm}$ <p>Kombinacja 1 <math>M_{y,Ed} / M_{c,Rd} = 244,97 / 307,15 = 0,798 &lt; 1 \quad \text{OK}</math></p> <p>Kombinacja 2 <math>M_{y,Ed} / M_{c,Rd} = 57,66 / 307,15 = 0,188 &lt; 1 \quad \text{OK}</math></p> <p><b>Ocena zwiczenia przy użyciu uproszczonej oceny dla belek w budynkach, z punktowymi stężeniami bocznymi:</b></p> <p>Elementy, w których pas ściskany jest stężony punktowo w kierunku bocznym, <b>nie są narażone na zwiczenie</b>, jeśli rozstaw pomiędzy stężeniami <math>L_c</math> i wynikająca z niego smukłość zastępczego pasa ściskanego spełnia warunek:</p> $\bar{\lambda}_f = \frac{k_c L_c}{i_{f,z} \lambda_1} \leq \bar{\lambda}_{c0} \frac{M_{c,Rd}}{M_{y,Ed}}$ <p>Gdzie:</p> <p><math>M_{y,Ed}</math> jest największym obliczeniowym momentem zginającym między stężeniami</p> <p><math>k_c</math> jest współczynnikiem poprawkowym uwzględniającym rozkład momentu zginającego pomiędzy stężeniami, PN-EN 1993-1-1 Tablica 6.6;</p> <p><math>i_{f,z}</math> jest promieniem bezwładności przekroju pasa zastępczego, składającego się z pasa ściskanego i 1/3 ściskanej części średnika, względem osi y-y;</p> <p><math>\bar{\lambda}_{c0}</math> jest smukłością graniczną pasa, jak wyżej:</p> $\bar{\lambda}_{c0} = \bar{\lambda}_{LT,0} + 0,10$				<p>PN-EN 1993-1-1 Tablica 5.2 (arkusz 1 z 3)</p> <p>PN-EN 1993-1-1 <a href="#">§ 6.2.5</a></p> <p>PN-EN 1993-1-1 <a href="#">6.3.2.4</a> (1)B</p>

	Dokument Ref:	SX003a-EN-EU	Strona	6 z 8
	Tytuł	Przykład: Belka wolnopodparta z pośrednimi stężeniami bocznymi		
	Dotyczy Eurokodu	EN 1993-1-1:2004		
	Wykonał	Valérie LEMAIRE	Data	maj 2005
	Sprawdził	Alain BUREAU	Data	maj 2005
<p>W przypadku kształtowników walcowanych, <math>\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,40</math></p> <p><b>Uwaga:</b> Smukłość graniczna może być podana w Załączniku krajowym. (W załączniku krajowym NA.18 do normy PN-EN 1993-1-1 zaleca się przyjmować wartość <math>\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,40</math> (przyp. tłumacza))</p> $\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9\varepsilon \quad \text{and} \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y [\text{N/mm}^2]}} = 1$ <p>Zastosowanie powyższych wzorów prowadzi do następujących wyników:</p> $I_{f,z} = [1318 - (2 \times 37,3 / 3) \times 0,86^3 / 12] / 2 = 658,34 \text{ cm}^4$ $A_{f,z} = [84,46 - (2 \times 37,3 / 3) \times 0,86] / 2 = 31,54 \text{ cm}^2$ $i_{f,z} = \sqrt{\frac{658,34}{31,54}} = 4,57 \text{ cm}$ $W_y = W_{pl,y} = 1307 \text{ cm}^3$ $\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9$ $\bar{\lambda}_{c0} = 0,40 + 0,10 = 0,50$ $M_{c,Rd} = W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = (1307 \times \frac{235}{1,0}) / 1000 = 307,15 \text{ kNm}$ <p>Kombinacja 1</p> <p><b>Uwaga:</b> Rozkład momentu zginającego pomiędzy stężeniami w środkowej części belki, gdzie pojawia się największa jego wartość, może być założony jako równomierny:</p> $k_c = 1$ $L_c = 2,50 \text{ m}$ $\bar{\lambda}_f = \frac{1 \times 250}{4,57 \times 93,9} = 0,583$ $\bar{\lambda}_{c0} M_{c,Rd} / M_{y,Ed} = 0,50 \times \frac{307,15}{244,97} = 0,627$ $\bar{\lambda}_f = 0,583 \leq \bar{\lambda}_{c0} M_{c,Rd} / M_{y,Ed} = 0,627 \quad \text{OK}$				
		PN-EN 1993-1-1	<a href="#">6.3.2.3</a> (1)	
		PN-EN 1993-1-1	<a href="#">6.3.2.3</a>	
		PN-EN 1993-1-1	<a href="#">Table 6.6</a>	

<b>ARKUSZ OBLICZENIOWY</b> 	Dokument Ref:	<i>SX003a-EN-EU</i>	Strona	7 z 8
	Tytuł	<i>Przykład: Belka wolnopodparta z pośrednimi stężeniami bocznymi</i>		
	Dotyczy Eurokodu	<i>EN 1993-1-1:2004</i>		
	Wykonał	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Data	<i>maj 2005</i>
	Sprawdził	<i>Alain BUREAU</i>	Data	<i>maj 2005</i>
<p><b>Kombinacja 2</b></p> $k_c = 1$ $L_c = 5,00 \text{ m}$ $\bar{\lambda}_f = \frac{1 \times 500}{4,57 \times 93,9} = 1,165$ $\bar{\lambda}_{c0} M_{c,Rd} / M_{y,Ed} = 0,50 \times \frac{307,15}{57,66} = 2,663$ $\bar{\lambda}_f = 1,165 \leq \bar{\lambda}_{c0} M_{c,Rd} / M_{y,Ed} = 2,663 \quad \mathbf{OK}$ <p><b><u>Nośność przy ścinaniu</u></b></p> <p>Przy braku skręcania, obliczeniowa nośność plastyczna zależy od pola przekroju czynnego przy ścinaniu:</p> $A_{v,z} = A - 2 b t_f + (t_w + 2 r) t_f$ $A_{v,z} = 8446 - 2 \times 180 \times 13,5 + (8,6 + 2 \times 21) \times 13,5 = 4269 \text{ mm}^2$ <p><b>Nośność plastyczna przy ścinaniu</b></p> $V_{pl,z,Rd} = \frac{A_{v,z} (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}} = \frac{4269 \times (235 / \sqrt{3})}{1,0} / 1000 = 579,21 \text{ kN}$ $V_{z,Ed} / V_{pl,z,Rd} = 65,33 / 579,21 = 0,113 < 1 \quad \mathbf{OK}$ <p>Sprawdzenie stateczności środnika nie jest wymagane, jeśli:</p> $h_w / t_w \leq 72 \varepsilon / \eta$ <p>Wartość współczynnika <math>\eta</math> może zostać konserwatywnie przyjęta 1,0</p> $h_w / t_w = (400 - 2 \times 13,5) / 8,6 = 43,37 < 72 \times 1 / 1,0 = 72$ <p><b>Uwaga:</b> Nie rozważano interakcji M-V ponieważ największy moment zginający występuje w środku rozpiętości, zaś największa siła poprzeczna przy podporze. W wypadku jednoczesnego zginania i ścinania, patrz PN-EN 1993-1-1 § 6.2.8.</p> <p><b><u>Sprawdzenie stanu granicznego użytkowalności (SGU)</u></b></p> <p><b>Kombinacja w SGU</b></p> <p>Kombinacja charakterystyczna:</p> $G + Q_s = 2,45 + 3,60 = 6,05 \text{ kN/m}$				
<p>PN-EN 1993-1-1 § 6.2.6 (3)</p> <p>PN-EN 1993-1-1 § 6.2.6 (2)</p> <p>PN-EN 1993-1-1 § 6.2.6 (6)</p> <p>PN-EN 1990 § 6.5.3 § A1.4.2</p>				

<b>ARKUSZ OBLICZENIOWY</b> 	Dokument Ref:	<i>SX003a-EN-EU</i>	Strona	<b>8</b>	z	<b>8</b>
	Tytuł	<i>Przykład: Belka wolnopodparta z pośrednimi stężeniami bocznymi</i>				
	Dotyczy Eurokodu	<i>EN 1993-1-1:2004</i>				
	Wykonał	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Data	<i>maj 2005</i>		
	Sprawdził	<i>Alain BUREAU</i>	Data	<i>maj 2005</i>		

**Ugięcie od obciążenia  $G+Q_s$  :**

$$w_{\text{tot}} = \frac{5 (G + Q_s) L^4}{384 E I_y} = \frac{5 \times 6,05 \times (15000)^4}{384 \times 210000 \times 23130 \times 10^4} = 82,10 \text{ mm}$$

$w_c = 30 \text{ mm}$  - strzałka odwrotna

$$w_{\text{max}} = w_{\text{tot}} - w_c = 82,10 - 30 = 52,10 \text{ mm}$$

Ugięcie pod wpływem oddziaływań ( $G+Q_s$ ) wynosi  $L/288$ .

**Ugięcie od obciążenia  $Q_s$  :**

$$w_3 = \frac{5 (Q_s) L^4}{384 E I_y} = \frac{5 \times 3,60 \times (15000)^4}{384 \times 210000 \times 23130 \times 10^4} = 48,90 \text{ mm}$$

Ugięcie belki pod wpływem oddziaływań  $Q_s$  wynosi  $L/307$ .

**Uwaga:** Wartości graniczne ugięć powinny zostać określone przez Zamawiającego projekt. Załącznik krajowy może również określić wartości graniczne.

(W załączniku krajowym NA.22 do normy PN-EN 1993-1-1 zostały podane graniczne wartości ugięć pionowych. W przypadku dźwigara dachowego, kratowego lub pełnościennego, zalecana wartość dopuszczalnego ugięcia wynosi  $L/250$  (przyp. tłumacza)).

PN-EN 1990

[§ A1.4.3](#)

PN-EN  
1993-1-1

[§ 7.2.1](#)



## Protokół jakości

Tytuł zasobu	Przykład: Belka swobodnie podparta z pośrednimi stężeniami bocznymi		
Odniesienie			
<b>ORIGINAL DOKUMENTU</b>			
	<b>Imię i nazwisko</b>	<b>Instytucja</b>	<b>Data</b>
<b>Stworzony przez</b>	Valérie LEMAIRE	CTICM	13/03/2005
<b>Zawartość techniczna sprawdzona przez</b>	Alain BUREAU	CTICM	27/05/2005
<b>Zawartość redakcyjna sprawdzona przez</b>	D C Iles	SCI	11/7/05
<b>Zawartość techniczna zaaprobowana przez:</b>			
<b>1. Wielka Brytania</b>	G W Owens	SCI	30/06/05
<b>2. Francja</b>	A Bureau	CTICM	30/06/05
<b>3. Szwecja</b>	C Müller	RWTH	30/06/05
<b>4. Niemcy</b>	A Olsson	SBI	30/06/05
<b>5. Hiszpania</b>	J Chica	Labein	30/06/05
<b>Zasób zatwierdzony przez Koordynatora Technicznego</b>	G W Owens	SCI	21/05/06
<b>TŁUMACZENIE DOKUMENTU</b>			
<b>Tłumaczenie wykonał i sprawdził:</b>		L. Ślęczka	
<b>Tłumaczenie zatwierdzone przez:</b>			

## Informacje ramowe

<b>Tytuł*</b>	Przykład: Belka swobodnie podparta z pośrednimi stężeniami bocznymi	
<b>Seria</b>		
<b>Opis*</b>	Przykład podaje szczegóły weryfikacji nośności belki swobodnie podpartej obciążonej w sposób równomierny. Belka jest stężona bocznie płatwiami.	
<b>Poziom dostępu*</b>	Umiejętności specjalistyczne	Specjalista
<b>Identyfikator*</b>	Nazwa pliku	P:\CMP\CMP554\Finalization\SX files\SX003\SX003a-EN-EU.doc
<b>Format</b>	Microsoft Office Word; 10 stron; 484kb;	
<b>Kategoria*</b>	Typ zasobu	Przykład obliczeniowy
	Punkt widzenia	Inżynier
<b>Temat*</b>	Obszar stosowania	Budynki wielokondygnacyjne;
<b>Daty</b>	Data utworzenia	11/07/2005
	Data ostatniej modyfikacji	27/06/2005
	Data sprawdzenia	
	Ważny od	
	Ważny do	
<b>Język(i)*</b>		Polski
<b>Kontakt</b>	Autor	Valérie LEMAIRE, CTICM
	Sprawdził	Alain BUREAU, CTICM
	Zatwierdził	
	Redaktor	
	Ostatnia modyfikacja	
<b>Słowa kluczowe*</b>	Nośność przy zwichrzeniu, belki	
<b>Zobacz też</b>	Odniesienie do Eurokodu	EN 1993-1-1
	Przykład(y) obliczeniowy	
	Komentarz	
	Dyskusja	
	Inne	
<b>Sprawozdanie</b>	Przydatność krajowa	Europa
<b>Instrukcje szczególne</b>		