

Informacje uzupełniające: Uprozczone metody uwzględniania efektów drugiego rzędu w ramach portalowych

Ten dokument przedstawia informacje dotyczące efektów drugiego rzędu w ramach portalowych i uproszczonych metod określania ich wpływu na nośność ram.

Spis treści

1.	Wstęp	2
2.	Analiza sprężysta ramy	2
3.	Zmodyfikowana metoda pierwszego rzędu służąca analizie plastycznej ramy	7
4.	Odniesienia	12

1. Wstęp

Efekty drugiego rzędu występujące w ramach portalowych, spowodowane są wstępnym przechyłem ramy. Przechył ten powoduje brak osiowego przyłożenia obciążeń pionowych, co z kolei generuje dodatkowe momenty zginające (drugiego rzędu) w słupach. Efekty towarzyszące deformacjom ramy (efekty drugiego rzędu) powinny być uwzględniane, jeśli powodują znaczący przyrost efektów oddziaływań lub wpływają istotnie na zachowanie się konstrukcji, patrz [EN 1993-1-1, section 5.2](#).

Gdy wyznaczenie sił wewnętrznych w ramie przeprowadza się za pomocą analizy sprężystej, efekty drugiego rzędu mogą być uwzględnione poprzez:

- a) analiza pierwszego rzędu, “metoda amplifikacji momentów”
- b) analiza pierwszego rzędu, “metoda iteracyjna”
- c) analiza pierwszego rzędu, długości wybocheniowe jak dla ramy o węzłach przesownych.

W tym dokumencie przedstawiono metodę amplifikacji i metodę iteracyjną (jako metodę ogólną i przykłady praktyczne).

Gdy do analizy ramy stosuje się analizę plastyczną, efekty drugiego rzędu powinny być uwzględnione poprzez modyfikację analizy pierwszego rzędu, patrz rozdział 3.

Obliczenia mogą być także wykonywane przy zastosowaniu odpowiedniego oprogramowania pozwalającego na analizę drugiego rzędu z uwzględnieniem imperfekcji, zgodnie z [EN 1993-1-1 rozdział 5.3.2](#).

2. Analiza sprężysta ramy

2.1 Metoda amplifikacji

Metoda amplifikacji jest najprostszą metodą pozwalającą na uwzględnienie efektów drugiego rzędu w przypadku przeprowadzania analizy sprężystej. Zasady podano w [EN 1993-1-1 §5.2.2](#).

Najpierw przeprowadza się sprężystą analizę pierwszego rzędu. Następnie wartości obciążeń poziomych H_{Ed} (np. parcie wiatru) i ekwiwalentne obciążenie V_{Ed} spowodowane imperfekcjami, zwiększa się poprzez przemnożenie przez współczynnik amplifikacji uwzględniający efekty drugiego rzędu.

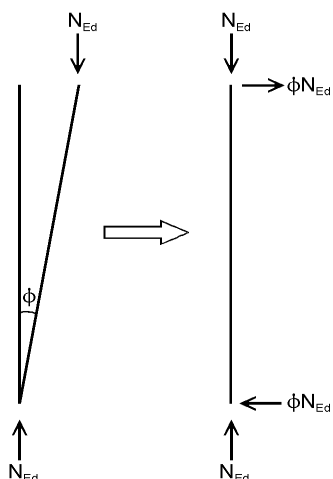
W przypadku ram portalowych charakteryzujących się niewielkim kątem pochylenia dachu, gdy siły ściskające w ryglu ramy mają niewielką wartość i przy założeniu, że $\alpha_{cr} \geq 3,0$, współczynnik amplifikacji może być wyznaczony według wzoru:

$$\left(\frac{1}{1 - 1/\alpha_{cr}} \right) \tag{2.1}$$

gdzie α_{cr} może być wyznaczony zgodnie z [EN 1993-1-1 §5.2.1\(4\)](#) jak pokazano w [SN004](#).

2.2 Metoda iteracyjna (podejście globalne)

W metodzie tej siłę osiową N_{Ed} obciążającą element poddany wstępnej imperfekcji przechyłowej (obrót elementu o kąt ϕ) zastępuje się układem sił równoważnych działających na dany element. (Rys 2.1), co wywołuje skutek identyczny jak efekty II rzędu. Kąt ϕ może pochodzić od imperfekcji wstępnych, ale także od przechyłu ramy obliczonego dla kombinacji sił przyjętej w SGN.

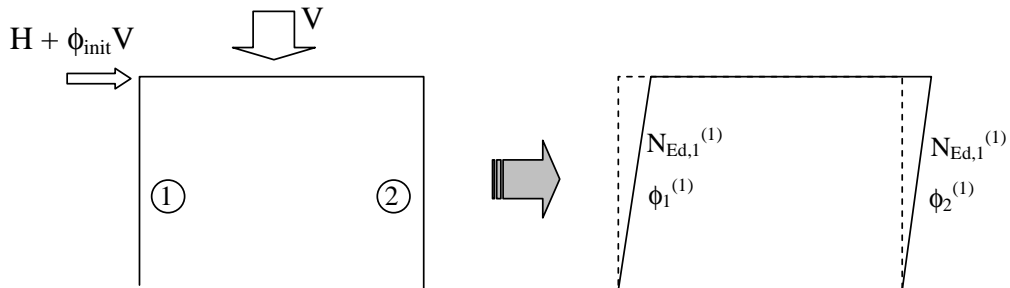


Rys 2.1 Układ sił równoważnych działających na dany element

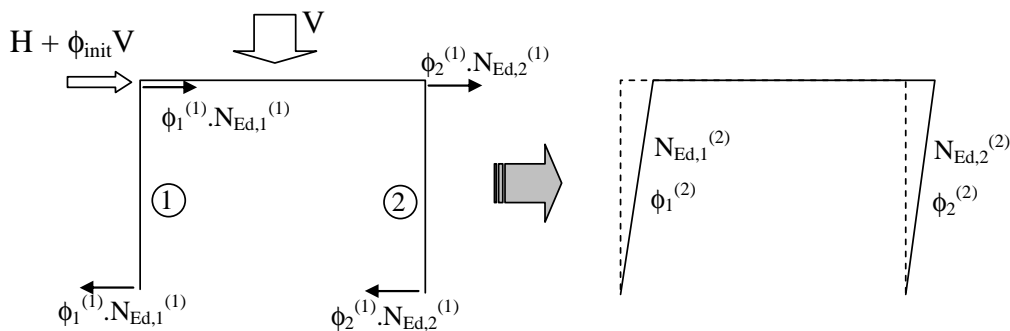
Kolejne kroki postępowania przy zastosowaniu metody iteracyjnej przedstawiają się następująco:

- 1) Przeprowadzenie sprężystej analizy pierwszego rzędu ramy portalowej obciążonej siłami ($V + H$) i siłami od wstępnej imperfekcji ($\phi_{init}V$). Rezultatami tej analizy są: siła ściskająca $N_{Ed,i}$ i kąt obrotu elementu ϕ_i na skutek przechyłu.
- 2) Określenie sił od przechyłu $\phi_i N_{Ed,i}$ dla każdego ściskanego kształtownika, przyłożonych w kierunku zgodnym z przechyłem (patrz rysunek powyżej).
- 3) Przeprowadzenie nowej analizy sprężystej pierwszego rzędu ramy portalowej obciążonej obciążeniem ($V + H$), imperfekcjami od początkowego przechyłu i siłami $\phi_i N_{Ed,i}$ przyłożonymi do końców ściskanych elementów. Rezultatami tej analizy są: nowe wartości sił ściskających $N_{Ed,i}$ i kąt obrotu elementu na skutek przechyłu. Następnie wraca się do punktu 2). Obliczenia przeprowadza się dopóki proces iteracyjny nie osiągnie zbieżności, czyli gdy przemieszczenie lub momenty nie wzrastają.

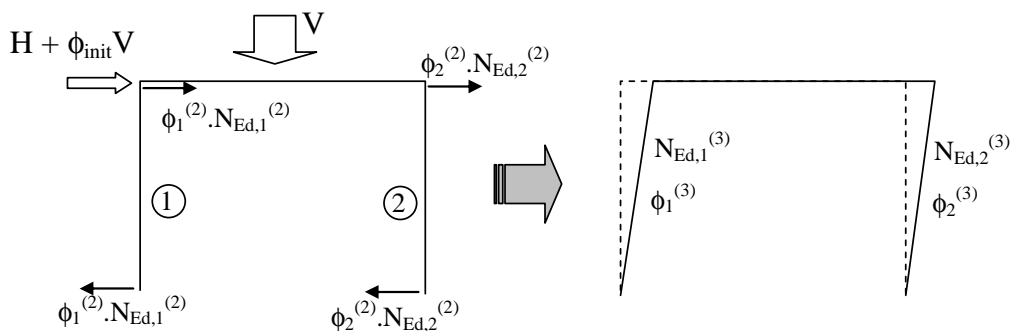
Iteracja 1



Iteracja 2



Iteracja 3

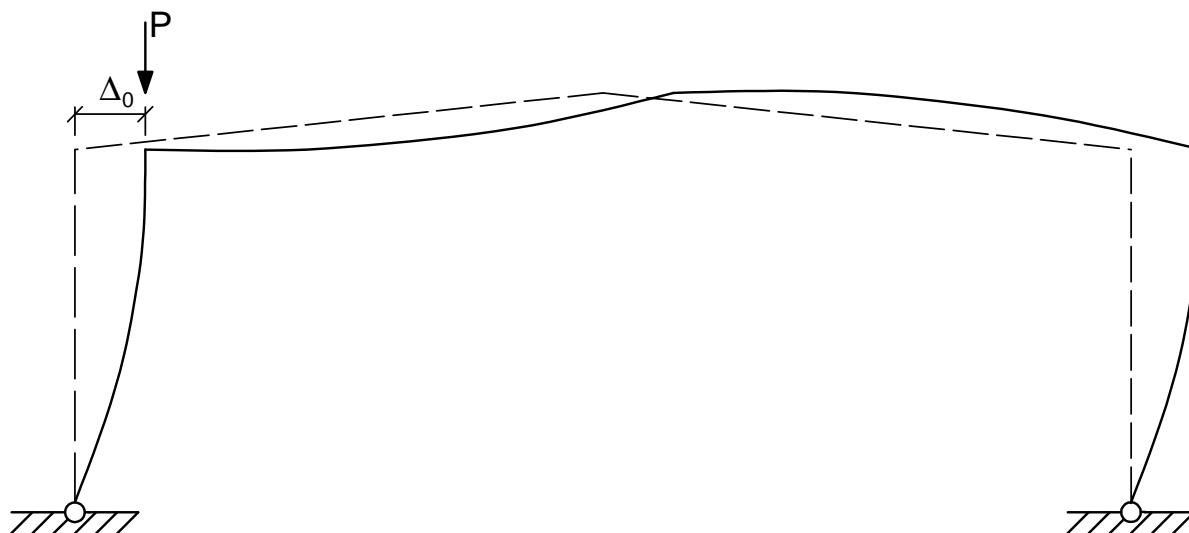


...obliczenia powtarza się do momentu osiągnięcia zbieżności: $\phi_i^{(n)} \approx \phi_i^{(n-1)}$.

Zazwyczaj 3 iteracja daje zadowalające rezultaty. Po zakończeniu procesu obliczeniowego, wartości sił wewnętrznych i przemieszczeń mogą być uważane jak za wyznaczone przy zastosowaniu analizy drugiego rzędu.

2.3 Metoda iteracyjna (przykład praktyczny)

Efekty drugiego rzędu są często odnoszone do efektu $P-\Delta$, np. obciążenie osiowe P przyłożone na mimośrodzie Δ (patrz Rys 2.2).



Rys 2.2 Efekty $P-\Delta$ w ramie portalowej

Procedura obliczania sił z uwzględnieniem efektów $P-\Delta$ przedstawia się w sposób następujący:

- 1) Przeprowadzenie analizy sprężystej pierwszego rzędu ramy portalowej, biorąc pod uwagę wszystkie przyłożone obciążenia, uwzględniając jej ciężar własny (jeżeli jest to wymagane także siły pochodzące od wstępnych imperfekcji) i określenie na tej podstawie wartości sił wewnętrznych (M^I).
- 2) Wyznaczenie poziomego przemieszczenia Δ_0 (patrz Rys 2.2) spowodowanego przyłożonym obciążeniem.
- 3) Określenie dodatkowych momentów zginających ΔM_I spowodowanych deformacjami ramy. Rezultatem jest $M^{II} = M^I + \Delta M_I$.
- 4) Określenie dodatkowych poziomych przemieszczeń Δ_I spowodowanych ΔM_I . Wykonuje się to poprzez wyznaczenie obciążenia poziomego H i odpowiadającego mu przemieszczenia.
- 5) Poziome przemieszczenia Δ_I wywołują dodatkowe momenty, które powodują dodatkowe przemieszczenia Δ_2 , i tak dalej.

Mając na uwadze, że dodatkowe przemieszczenia osiągają coraz mniejszą wartość kolejne iteracje mogą być pominięte. Procedura obliczeniowa może być uproszczona poprzez wykorzystanie ciągów geometrycznych. A zatem wspomniany powyżej moment M^{II} może być wyznaczony w sposób następujący:

$$\begin{aligned}
 M'' &= M' + \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots \\
 &= M' + M' \frac{\Delta M_1}{M'} + M' \frac{\Delta M_2}{M'} + M' \frac{\Delta M_3}{M'} + \dots \\
 &= M' + M' q + M' q^2 + M' q^3 + \dots
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

gdzie: $\frac{\Delta M_2}{M'} = \frac{\Delta M_2}{\Delta M_1} \cdot \frac{\Delta M_1}{M'}$ i $\frac{\Delta M_2}{\Delta M_1} = \frac{\Delta M_1}{M'} = q$ ponieważ sztywność przechyłowa ramy jest stała, to: $\frac{\Delta M_2}{M'} = q^2$

Ostatnia linia w równaniu (2.2) odpowiada ciągowi geometrycznemu i jest zbieżna do wartości:

$$M'' \approx \frac{M'}{1 - \frac{\Delta M_1}{M'}} = \frac{M'}{1 - q_1}
 \tag{2.3}$$

W celu wyznaczenia ciągów geometrycznych, wartości momentów dodatkowych wyznaczone w kolejnych krokach obliczeń są przybliżane przez wartość pierwszego dodatkowego momentu zginającego ΔM_1 . A zatem poza szczególnymi przypadkami, metoda ciągu geometrycznego jest tylko przybliżeniem.

Dokładność tego przybliżenia może być potwierdzona poprzez przeprowadzenie dodatkowych kroków obliczeniowych. Dlatego wartość dodatkowego momentu zginającego ΔM_2 spowodowanego poziomym przemieszczeniem Δ_1 powinna być obliczona i metoda ciągów geometrycznych daje przybliżenie:

$$M'' \approx M' + \frac{\Delta M_1}{1 - \frac{\Delta M_2}{\Delta M_1}} = M' + \frac{\Delta M_1}{1 - q_2}
 \tag{2.4}$$

Porównanie powyższych wyników dostarcza dodatkowych informacji dotyczących dokładności wyników, gdzie q_i jest wartością odniesienia. Jeżeli q ma wartość stałą wynik obliczeń nie zmienia się.

Przemieszczenie spowodowane efektem drugiego rzędu może być wyznaczone w sposób analogiczny jak w przypadku wyznaczania sił wewnętrznych, przy wykorzystaniu ciągów geometrycznych:

$$\Delta'' = \frac{\Delta_0}{1 - \frac{\Delta_1}{\Delta_0}}
 \tag{2.5}$$

3. Zmodyfikowana metoda pierwszego rzędu służąca analizie plastycznej ramy

3.1 Filozofia projektowania

W przypadku braku możliwości wykorzystania oprogramowania komputerowego do sprężysto-plastycznej analizy ram, z uwzględnieniem efektów drugiego rzędu, sposób obliczeń polega na wprowadzeniu dodatkowych obciążeń, które symulują wstępną deformację ramy (efekty drugiego rzędu). Uwzględnianie dodatkowego obciążenia podczas analizy pierwszego rzędu powoduje powstanie momentów zginających, sił osiowych i ścinających, które zawierają w sobie wpływ efektów drugiego rzędu. Oblicza się je za pomocą metody Merchanta-Rankina, która podaje metodę zastępczej analizy plastycznej w stosunku do analizy sprężystej według [EN 1993-1-1 §5.2.2\(4\)](#). W przypadku, gdy dominuje pierwsza przechyłowa forma wyboczenia, zaleca się stosować analizę sprężystą pierwszego rzędu, a następnie amplifikować odpowiednie efekty oddziaływań (np. momenty zginające) za pomocą odpowiednich współczynników. Ponieważ w analizie plastycznej, przeguby plastyczne ograniczają wartości momentów zginających w ramie, amplifikacja stosowana jest w odniesieniu do obciążeń, zamiast do ich skutków.

Metoda ta klasyfikuje ramy do jednej z dwóch kategorii:

- Kategoria A: Ramy regularne, symetryczne, dwu i jednospadkowe (Rozdział 3.2.1)
- Kategoria B: Ramy nie należące do kategorii A (Rozdział 3.2.2)

Dla każdej z powyższych kategorii ram, stosuje się różne współczynniki amplifikacji obciążenia. Metoda została zweryfikowana [4, 5] dla ram spełniających poniższe kryteria:

1. Ramy o stosunku rozpiętości do wysokości $\frac{L}{h} \leq 8$

2. Ramy w których $\alpha_{cr} \geq 3$

gdzie

L jest rozpiętością ramy (patrz Rys 3.1)

h jest wysokością niższego słupa (patrz Rys 3.1)

α_{cr} mnożnik sił odpowiadający sprężystej utracie stateczności (wyznaczany przy zastosowaniu odpowiedniego oprogramowania lub w sposób przybliżony patrz Rozdział 3.3))

Ramy innego typu powinny być projektowane przy zastosowaniu odpowiedniego oprogramowania komputerowego, umożliwiającego sprężysto-plastyczną analizę drugiego rzędu.

3.2 Współczynnik zwiększający

3.2.1 Kategoria A: Ramy regularne, symetryczne, dwu i jednospadkowe

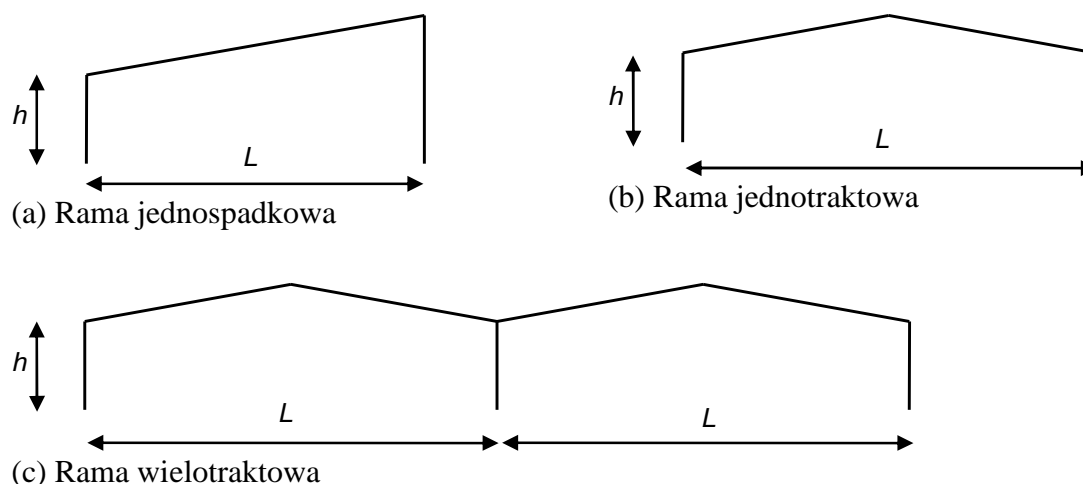
Ramy o kształcie regularnym, symetryczne jedno i dwuspadkowe (Rys 3.1) są ramami albo jednonawowymi lub wielonawowymi w których tylko mała różnica wysokości L i rozpiętości h (do 10%).

Ramy tego typu mogą być obliczane przy zastosowaniu analizy pierwszego rzędu, a wartości sił i momentów zginających zostaną dla bezpieczeństwa zwiększone poprzez przemnożenie przez współczynnik amplifikacji $\left(\frac{1}{1-1/\alpha_{cr}}\right)$, chociaż daje to zawyżone wartości sił w słupach.

3.2.2 Kategoria B: Ramy nie należące do kategorii A

W przypadku ram nie należących do kategorii A analizę pierwszego rzędu można stosować jeżeli wszystkie siły obciążające ramę zostaną zwiększone poprzez przemnożenie przez

współczynnik $\left(\frac{1,1}{1-1/\alpha_{cr}}\right)$



Uwaga: wysokość h jest mierzona od punktu przecięcia się osi ryglu i słupa

Rys 3.1 Przykładowe ramy kategorii A

3.3 Oszacowanie wartości współczynnika α_{cr}

W przypadku ram spełniających warunki 1 i 2 [EN 1993-1-1 §5.2.1](#), współczynnik α_{cr} może być wyznaczany zgodnie z (5.2), co pokazano w [SN004](#). W przypadku ram nie spełniających powyższych warunków, ale spełniających warunki 1 i 2 punktu 3.1 (przedstawionego powyżej), współczynnik α_{cr} można wyznaczyć w sposób następujący.

W przypadku ram w których rygiel nie jest załamany (rama jednospadkowa), Rys 3.1(a):

$$\alpha_{cr,est} = \alpha_{cr,s,est}$$

W przypadku ram dwuspadowych, Rys 3.1(b) i Rys 3.1(c):

$$\alpha_{cr,est} = \min (\alpha_{cr,s,est}; \alpha_{cr,r,est})$$

gdzie

$\alpha_{cr,s,est}$ odpowiada współczynnikowi α_{cr} w przypadku przechyłowej formy wyboczenia (patrz Rozdział 3.3.1)

$\alpha_{cr,r,est}$ odpowiada współczynnikowi α_{cr} w przypadku wyboczenia przy „przeskoku” rygla (patrz Rozdział **Błąd! Nie można odnaleźć źródła odwołania.**)

3.3.1 Współczynnik obciążenia w przypadku przechyłowej formy wyboczenia

W przypadku ram portalowych parametry potrzebne do wyznaczenia współczynnika $\alpha_{cr,s,est}$ pokazano na Rys 3.2. Jak można zauważyć, δ_{EHF} jest bocznym przemieszczeniem wierzchołka słupa obciążonego siłą poziomą H_{EHF} . Siła ta służy ono do wyznaczenia sztywności przechyłowej H_{EHF}/δ_{EHF} , i powinna być proporcjonalna do wartości reakcji pionowej. W przypadku pojedynczego słupa:

$$\frac{H_{EHF,i}}{V_{ULS,i}} = \frac{H_{EHF}}{V_{ULS}}$$

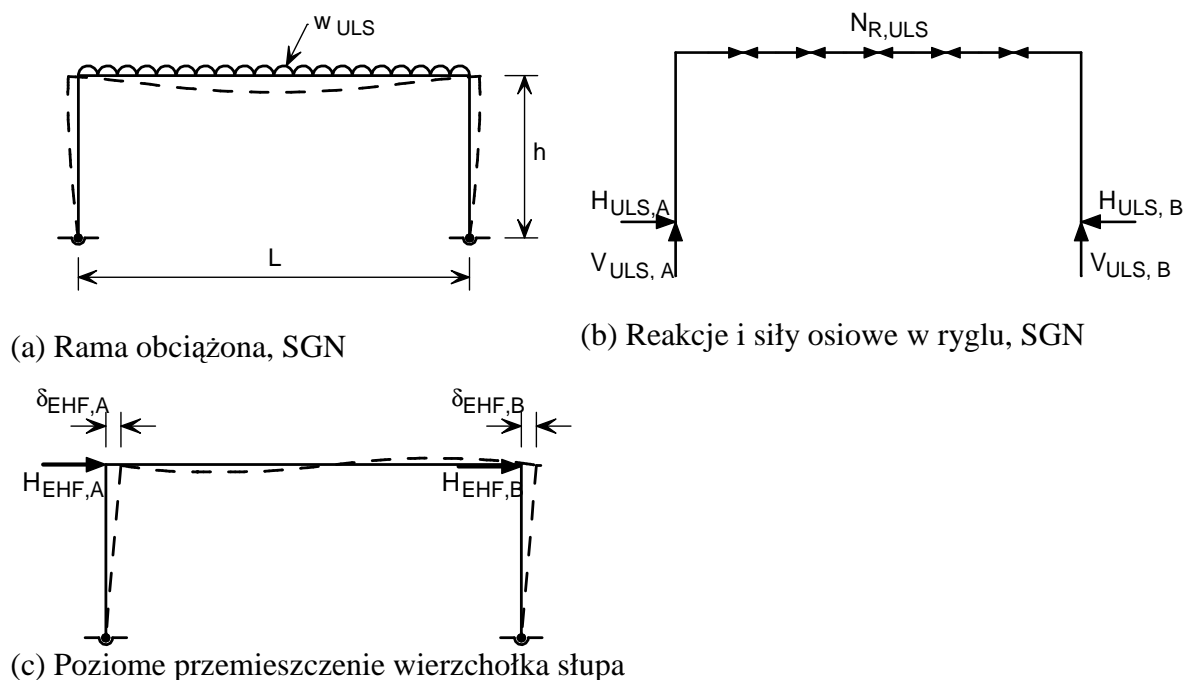
gdzie

H_{EHF} sumaryczne obciążenie poziome przyłożone do wierzchołka słupa (patrz Rys 3.2(a))

V_{ULS} suma obliczeniowych reakcji pionowych wyznaczonych przy zastosowaniu analizy plastycznej pierwszego rzędu (SGN)

$H_{EHF,i}$ zastępcze obciążenie poziome przyłożone do wierzchołka słupa i – tego słupa (dwa słupy w ramie jednotraktowej, trzy w ramie dwutraktowej, itd.)

$V_{ULS,i}$ obliczeniowa reakcja pionowa i -tego słupa, wyznaczona przy zastosowaniu analizy plastycznej pierwszego rzędu (SGN)



Rys 3.2 Parametry potrzebne do wyznaczenia α_{cr}

Współczynnik α_{cr} wyznacza się według wzoru

$$\alpha_{cr,s,est} = 0,8 \left\{ 1 - \left(\frac{N_{R,ULS}}{N_{R,cr}} \right)_{max} \right\} \left\{ \left(\frac{h_i}{V_{ULS,i}} \right) \left(\frac{H_{EHF,i}}{\delta_{EHF,i}} \right) \right\}_{min}$$

gdzie

$\left(\frac{N_{R,ULS}}{N_{R,cr}} \right)_{max}$ stosunek siły osiowej w ryglu do siły krytycznej według Eulera

$N_{R,ULS}$ siła osiowa w ryglu (patrz Rys 3.2(b))

$N_{R,cr} = \frac{\pi^2 EI_r}{L^2}$ siła krytyczna według Eulera (przegubowo podparte końce słupa)

I_r moment bezwładności rygła

$\delta_{EHF,i}$ poziome przemieszczenie wierzchołka słupa (patrz Rys 3.2(c))

$\left\{ \left(\frac{h_i}{V_{ULS,i}} \right) \left(\frac{H_{EHF,i}}{\delta_{EHF,i}} \right) \right\}_{min}$ minimalna wartość wyznaczana dla słupów od 1 do n ($n =$ liczba słupów)

3.3.2 Współczynnik obciążenia krytycznego przy przeskokowej formie wyboczenia

W przypadku ram o kącie pochylenia rygla nie przekraczającym (26°), $\alpha_{cr,r}$ wyznacza się z zależności:

$$\alpha_{cr,r,est} = \left(\frac{D}{L} \right) \left(\frac{55,7(4 + L/h)}{\Omega - 1} \right) \left(\frac{I_c + I_r}{I_r} \right) \left(\frac{275}{f_{yr}} \right) (\tan 2\theta_r)$$

Takie sprawdzenie musi być przeprowadzone w ramach 3 nawowych lub wielonawowych, gdzie sztywne nawy zewnętrzne tworzą poziome podpory rygli naw wewnętrznych. Powoduje to, że rygle naw wewnętrznych pracują jak łuki, których rozpór przenoszą nawy zewnętrzne. Mogą one, dzięki temu efektowi, przenosić większe obciążenia pionowe, niż gdyby pracowały samodzielnie. Sprawdzenie ma na celu upewnienie się, czy rygle nie są zbyt wiotkie, aby nie ulegały efektowi „przeskoku”.

Ale gdy $\Omega \leq 1$, $\alpha_{cr,r} = \infty$

gdzie

- D wysokość przekroju rygla
- L rozpiętość traktu (nawy)
- h średnia wysokość słupa mierzona od podstawy do krawędzi okapu
- I_c moment bezwładności słupa (przyjmowany jako zerowy, gdy słup połączony jest z rygłem w sposób przegubowy lub gdy rygiel oparty jest na belce okapowej)
- I_r moment bezwładności rygla
- f_{yr} granica plastyczności stali rygla N/mm^2
- θ_r kąt pochylenia rygla (gdy jest on symetryczny), gdy nie $\theta_r = \tan^{-1}(2h_r/L)$
- h_r odległość pomiędzy wierzchołkiem dachu i linią łączącą wierzchołki słupów
- Ω współczynnik łukowy, wyznaczony jako $\Omega = W_r/W_0$
- W_0 obciążenie graniczne rygla o rozpiętości L , obustronnie utwierdzonego
- W_r suma obciążeń obliczeniowych rygla

W przypadku dwóch różnych słupów, należy przyjmować średnie wartości I_c .

4. Odniesienia

- (1) *EN 1993-1-1: Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1-1: General rules and rules for Buildings*
- (2) *Horne, M.R. Safeguards against frame instability in the plastic design of single-storey pitched roof frames, paper presented at the Conference on the behaviour of slender structures, City University, London, 1977*
- (3) *Davies, J.M. The stability of multi-bay portal frames, The Structural Engineer, Vol 69 No. 12, June 1991*
- (4) *BSI paper B/525/31/04_525015, Final report on PiI project 38/9/14 cc1796, SCI 2004*
- (5) *Lim, J.B.P., King, C.M., Rathbone, A.J., Davies, J.M. and Edmondson, V.: 'Eurocode 3 and the in-plane stability of portal frames', The Structural Engineer, 83, No. 21, 2005, p43.*

Protokół jakości

TYTUŁ ZASOBU	Informacje uzupełniające: Uprozczone metody uwzględniania efektów drugiego rzędu w ramach portalowych		
Odniesienie(a)			
ORYGINAŁ DOKUMENTU			
	Nazwisko	Instytucja	Data
Stworzony przez	Matthias Oppe	RWTH Aachen	
Zawartość techniczna sprawdzona przez	Christian Müller	RWTH Aachen	
Zawartość redakcyjna sprawdzona przez			
Techniczna zawartość zaaprobowana przez następujących partnerów STALE:			
1. UK	G W Owens	SCI	30/3/06
2. France	A Bureau	CTICM	28/3/06
3. Sweden	B Uppfeldt	SBI	31/3/06
4. Germany	C Müller	RWTH	20/3/06
5. Spain	J A Chica	Labein	28/3/06
Zasób zatwierdzony przez technicznego koordynatora	G W Owens	SCI	08/7/06
DOKUMENT TŁUMACZONY			
Tłumaczenie wykonane przez:		A. Wojnar, PRz	
Przetłumaczony zasób zatwierdzony przez:		A. Kozłowski, PRz	

Informacje ramowe

Tytuł*	Informacje uzupełniające: Uprozczone metody uwzględniania efektów drugiego rzędu w ramach portalowych	
Seria		
Opis*	Ten dokument przedstawia informacje dotyczące efektów drugiego rzędu w ramach portalowych i uproszczonych metod określania ich wpływu na nośność ram.	
Poziom dostępu*	Ekspertyza	Praktyka
Identyfikator*	Nazwa pliku	C:\Documents and Settings\awojnar\Moje dokumenty\2009\tlumaczenie\2009-04-08!_SN\033\SN033a-PL-EU.doc
Format	Microsoft Office Word; 13 Pages; 372kb;	
Kategoria*	Tytuł zasobu	Informacje uzupełniające
	Punkt widzenia	Inżynier
Przedmiot*	Obszar zastosowania	Budynki przemysłowe
Daty	Data utworzenia	31/03/2006
	Data ostatniej modyfikacji	
	Data sprawdzenia	
	Ważny od	
	Ważny do	
Język(i)*	Polski	
Kontakt	Autor	Matthias Oppe, RWTH Aachen
	Sprawdzony przez	Christian Müller, RWTH Aachen
	Zatwierdzony przez	
	Redaktor	
	Ostatnio modyfikowany przez	
Słowa kluczowe*	Efekty drugiego rzędu, ramy portalowe, przechył, metoda P-delta	
Zobacz też	Odniesienie do Eurocodu	
	Przykład(y) obliczeniowy	
	Komentarz	
	Dyskusja	
	<i>Inne</i>	
Omówienie	Narodowa przydatność	EU
Szczególne instrukcje		