

Informacje uzupełniające: Skręcanie

Podano informacje na temat sprawdzania elementów poddanych skręcaniu.

Spis treści

1. Postanowienia ogólne	2
2. Analiza elementów poddanych skręcaniu	3
3. Skręcanie przekrojów zamkniętych	5
4. Skręcanie elementów o przekrojach otwartych	6
5. Sprawdzenia	7
6. Właściwości skrętne przekrojów poprzecznych	8
7. Literatura	10

1. Postanowienia ogólne

Gdy element jest obciążony siłami poprzecznymi, które nie przechodzą przez środek ścinania przekroju poprzecznego, w elemencie występują naprężenia spowodowane skręcaniem. Naprężenia te powinny być rozpatrywane łącznie z naprężeniami pochodzącymi od zginania i od sił poprzecznych.

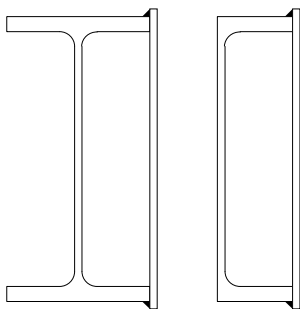
W tym dokumencie podano kilka wytycznych do sprawdzania elementu skręcanego. Podano również równania do obliczania naprężeń od skręcania i wyrażenia do obliczenia skrętnych właściwości podstawowych profili. Podane są odniesienia dla bardziej złożonych przypadków.

Ten dokument dotyczy tylko elementów o stałym przekroju.

Zauważ, że dla prostoty w zawartości tego dokumentu, wszystkie sprawdzania są oparte o nośność sprężystą. W wielu przypadkach może być używana nośność plastyczna, co może prowadzić do bardziej korzystnych wyników.

Uwaga: Przekroje otwarte mają ogólnie niską nośność na skręcanie. Jak to pokazano niżej sprawdzanie nośności na skręcanie wymaga złożonych obliczeń. Dlatego, jeśli tylko jest to możliwe, skręcanie powinno być eliminowane przez wybieranie odpowiedniego szczegółowego rozwiązania projektowego. Jednak nie zawsze da się uniknąć skręcania w otwartych profilach.

Warto zaznaczyć, że nośność na skręcanie otwartego przekroju znacznie wzrasta przez spawanie blachy wzdłuż jednej strony dwuteowników, lub ceowników jak to pokazano na Rys. 1.1.



Rys. 1.1 Rozwiązanie szczegółu powodujące wzrost nośności na skręcanie przekroju otwartego

2. Analiza elementów poddanych skręcaniu

2.1 Przypadek ogólny

Dla elementu o stałym przekroju poddanego skręcaniu, moment skręcający T_{Ed} w danym przekroju może być wyrażony następująco:

$$T_{Ed} = T_{t,Ed} + T_{w,Ed} \quad (1)$$

gdzie

$T_{t,Ed}$ moment skręcania swobodnego (St. Venanta), według wzoru (2):

$$T_{t,Ed} = GI_t \frac{d\theta}{dx} \quad (2)$$

$T_{w,Ed}$ moment skręcania skrupowanego (giętno-skrętny), według wzoru (3):

$$T_{w,Ed} = -EI_w \frac{d^3\theta}{dx^3} \quad (3)$$

θ to kąt obrotu względem osi podłużnej elementu

x oś podłużna elementu

E moduł sprężystości podłużnej (dla stali $E = 210000 \text{ N/mm}^2$)

G moduł sprężystości poprzecznej (dla stali $G = 81000 \text{ N/mm}^2$)

I_t moment bezwładności przy skręcaniu swobodnym

I_w wycinkowy moment bezwładności

Ogólnie analiza elementu polega na rozwiązywaniu równania według wzoru (4):

$$T_{Ed}(x) = GI_t \frac{d\theta}{dx} - EI_w \frac{d^3\theta}{dx^3} \quad (4)$$

2.2 Element o stałym przekroju obciążony momentem skręcającym o stałej wartości

Gdy moment skręcający T_{Ed} jest stały wzdłuż elementu, równanie różniczkowe przybiera postać:

$$T_{Ed} = GI_t \frac{d\theta}{dx} - EI_w \frac{d^3\theta}{dx^3} \quad (5)$$

Rozwiązaniem tego równania jest :

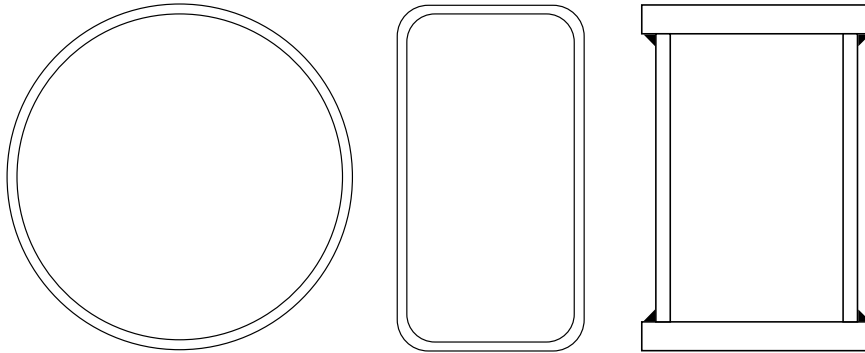
$$\theta(x) = A + B \times \sinh(\lambda x) + C \times \cosh(\lambda x) + \frac{T_{Ed}}{GI_t} x \quad (6)$$

gdzie

$$\lambda = \sqrt{\frac{GI_t}{EI_w}}$$

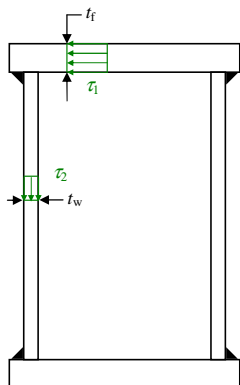
A , B i C to stałe całkowania , które mogą być określone zależnie od warunków poparcia na końcach elementu.

3. Skręcanie przekrojów zamkniętych



Rys. 3.1 Przekroje zamknięte

W przypadku przekrojów zamkniętych pokazanych na Rys. 3.1, wpływ skręcania skrępowanego może być pominięty, patrz [EN 1993-1-1 § 6.2.7](#) (7). Skręcanie swobodne (St. Venanta) powoduje powstanie tylko naprężeń ścinających.



Rys. 3.2 Naprężenia ścinające w przekroju zamkniętym

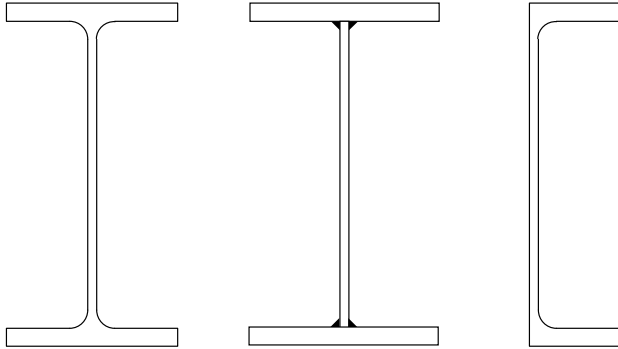
W przypadku przekrojów zamkniętych, naprężenia ścinające od skręcania swobodnego można obliczać następująco:

$$\tau = \frac{T_{Ed}}{2A_c t} \quad (7)$$

gdzie:

- t grubość przekroju poprzecznego w punkcie , gdzie naprężenia są obliczane.
- A_c powierzchnia ustalona przez linię przechodzącą przez środek grubości każdej części przekroju poprzecznego (patrz Rys. 3.2).

4. Skręcanie elementów o przekrojach otwartych



Rys. 4.1 Przekroje otwarte

W przypadku przekrojów otwartych pokazanych na Rys. 4.1, moment skręcania swobodnego (St. Venanta) dla większości belek może być pominięty. Uproszczenie to jest zapisane w [EN 1993-1-1 § 6.2.7](#) (7). Jednak w niektórych przypadkach, takich jak belki wspornikowe, które mają bardzo małą nośność przy spaczeniu, moment St. Venanta musi być brany pod uwagę.

Moment skręcania skrępowanego (giętno-skrętny) powoduje powstanie naprężeń normalnych i stycznych.

Naprężenia normalne wywołane momentem skręcania skrępowanego są obliczane następująco:

$$\sigma = \frac{B_{Ed}(x) \cdot a}{I_w} \quad (8)$$

gdzie

ω znormalizowane pole wycinkowe w punkcie w którym są obliczane (patrz §6.2 dla dwuteowników).

$B_{Ed}(x)$ bimoment który może być obliczany ze wzoru (9) :

$$B_{Ed}(x) = \int_0^x T_w(x) dx \quad (9)$$

Równania (3), (8) i (9) prowadzą do:

$$\sigma = -E\omega \frac{d^2\theta}{dx^2} \quad (10)$$

Naprężenia styczne wywołane momentem skręcania skrępowanego są obliczane następująco:

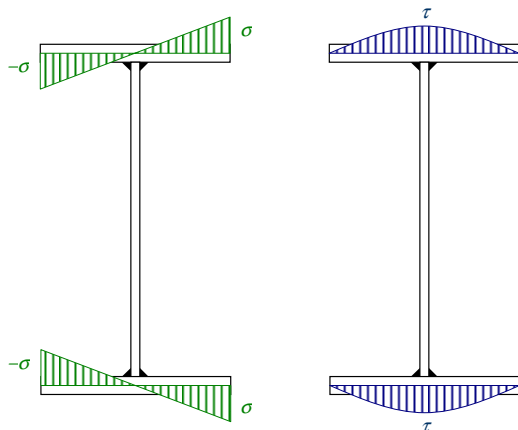
$$\tau = -\frac{T_w(x) \cdot S_\omega}{I_w \cdot t} \quad (11)$$

gdzie

S_ω wycinkowy moment statyczny w punkcie w którym są obliczane naprężenia (patrz §6.2).

Równania (3) i (11) prowadzą do :

$$\tau = -\frac{ES_\omega}{t} \frac{d^3\theta}{dx^3} \quad (12)$$



Rys. 4.2 Naprężenia wywołane skręcaniem skrępowanym dla przekroju otwartego (dwuteowego)

5. Sprawdzenia

W ogólnym przypadku sprawdzanie przekroju poprzecznego obciążonego siłą osiową, momentem zginającym i momentem skręcającym polegać będzie na obliczeniu naprężeń powstałych w wyniku działania sił wewnętrznych. Wtedy stosuje się kryterium Misesa. W przypadku braku znaczącej siły osiowej, nośność na ścinanie, pomniejszona przez współwystępujące naprężenia styczne od skręcania, może być obliczana przez formuły dane w [EN 1993-1-1 § 6.2.7\(9\)](#).

6. Właściwości skrętne przekrojów poprzecznych

6.1 Prostokątne przekroje skrzynkowe

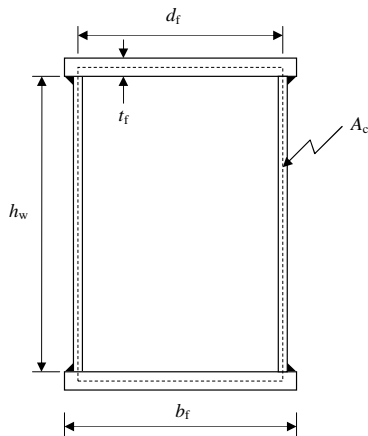
Moment bezwładności przy skręcaniu swobodnym może być obliczany ze wzoru (13):

$$I_t = \frac{4A_c^2}{\sum_i b_i / t_i} \quad (13)$$

gdzie

A_c powierzchnia ustalona przez linię przechodzącą przez środek grubości każdej części przekroju poprzecznego.

b_i/t_i stosunek szerokości do grubości i -tej ścianki przekroju poprzecznego.

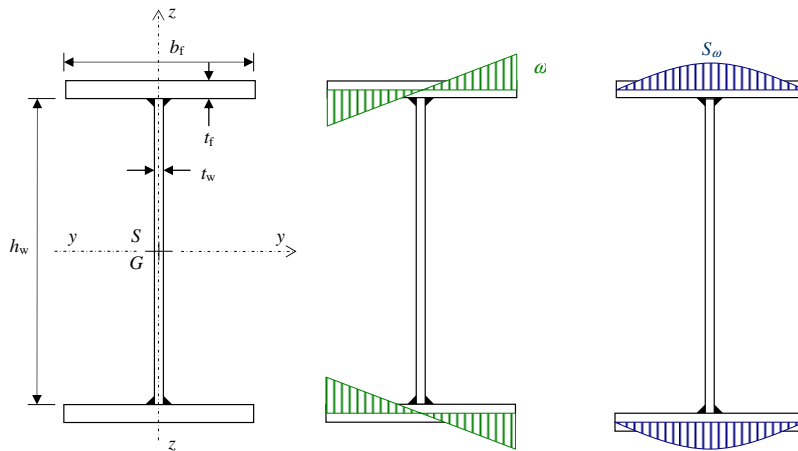


Rys. 6.1 Właściwości skrętne przekroju skrzynkowego

Przykładowo, w przypadku przekroju skrzynkowego pokazanego na Rys. 6.1 wyrażenie do obliczania momentu bezwładności przy skręcaniu swobodnym jest następujące:

$$I_t = \frac{2d_f^2(h_w + t_f)^2}{(d_f / t_f) + (h_w + t_f) / t_w} \quad (14)$$

6.2 Dwuteowniki o wąskich stopkach



Rys. 6.2 Właściwości skrętne przekrojów dwuteowych

W przypadku symetrycznych przekrojów poprzecznych środek ścinania pokrywa się ze środkiem ciężkości.

Maksymalna wartość wycinkowego pola jest obliczana ze wzoru (15)

$$\omega = \frac{b(h_w + t_f)}{4} \quad (15)$$

Wycinkowy moment statyczny:

$$S_\omega = \frac{b^2(h_w + t_f)t_f}{16} \quad (16)$$

Moment bezwładności przy skręcaniu swobodnym

$$I_t = \frac{2bt_f^3 + (h_w + t_f)t_w^3}{3} \quad (17)$$

Wycinkowy moment bezwładności

$$I_w = \frac{t_f b^3 (h_w + t_f)^2}{24} \quad (18)$$

Uwaga : dla dwuteowników walcowanych wartości momentu bezwładności przy skręcaniu swobodnym i wycinkowego momentu bezwładności są podane w karcie produktu albo katalogach producentów stali. Wartości te mogą się nieznacznie różnić od otrzymanych ze wzorów (17), (18) ze względu na to, że wartości katalogowe były obliczane z dokładniejszych wyrażeń , które biorą pod uwagę wyokrąglenia.

7. Literatura

- 1 Nethercot D. A. et al
Design of members Temat to combined bending and torsion
SCI Publication 057. The Steel Construction Institute. 1989.
- 2 Johnston B. G., El Darwish I. A.
Torsion of structural shapes. Proceedings of the American Society of Civil Engineers. Journal of the structural division, Vol. 91, No ST1, February 1965.
- 3 Baraka S.
Caractéristiques torsionnelles des profiles à parois minces. Revue Construction Métallique n°1-1996. CTICM.
- 4 Baraka S., Bureau A.
Calcul des contraintes dans un élément soumis à de la torsion. Revue Construction Métallique n°1-2000. CTICM.
- 5 Calgaro J.-A.
Poutres à parois minces – Etude du cisaillement. Edition HERMES. 1998.

Protokół jakości

TYTUŁ ZASOBU	Informacje uzupełniające: Skręcanie		
Odniesienie			
DOKUMENT ORYGINALNY			
	Imię i nazwisko	Instytucja	Data
Stworzony przez	Alain BUREAU	CTICM	23/12/2004
Zawartość techniczna sprawdzona przez	Mladen Lukic	CTICM	23/12/2004
Zawartość redakcyjna sprawdzona przez			
Zawartość techniczna zaaprobowana przez:			
1. WIELKA BRYTANIA	G W Owens	SCI	30/06/05
2. Francja	A Bureau	CTICM	30/06/05
3. Niemcy	C Müller	RWTH	30/06/05
4. Szwecja	A Olsson	SBI	30/06/05
5. Hiszpania	J Chica	Labein	30/06/05
Zasób zatwierdzony przez Koordynatora Technicznego	G W Owens	SCI	09/05/06
TŁUMACZENIE DOKUMENTU			
Tłumaczenie wykonał i sprawdził	Z. Kiełbasa, PRz		
Tłumaczenie zatwierdzone przez:			

Amendment 1, 31/8/07

Equation for shear stress in a closed section corrected (page 5).

Cautionary note added about cantilever beams with open sections (page 6).

Informacje ramowe

Tytuł*	Informacje uzupełniające: Skręcanie	
Seria		
Opis*	Podano informacje na temat sprawdzania elementów poddanych skręcaniu.	
Poziom dostępu*	Umiejętności specjalistyczne	Expert
Identyfikator*	Nazwa pliku	D:\ZBIGNIEW KIEŁBASA\TŁUMACZENIE ACCES STEEL\CZĘŚĆ 1\007\SN007b-PL-EU.doc
Format		Microsoft Office Word; 12 Pages; 410kb;
Kategoria*	Typ zasobu	Informacje uzupełniające
	Punkt widzenia	Inżynier
Temat*	Obszar stosowania	Skręcanie;
Daty	Data utworzenia	30/08/2007
	Data ostatniej modyfikacji	30/05/2005
	Data sprawdzenia	
	Ważny od	
	Ważny do	
Język(i)*		Polski
Kontakt	Autor	Alain BUREAU, CTICM
	Sprawdził	Mladen LUKIC, CTICM
	Zatwierdził	
	Redaktor	
	Ostatnia modyfikacja	
Słowa kluczowe*	Nośność na skręcanie, moment bezwładności skręcania swobodnego, wycinkowy moment bezwładności	
Zobacz też	Odniesienie do Eurokodu	EN 1993-1-1
	Przykład(y) obliczeniowy	
	Komentarz	
	Dyskusja	
	<i>Inne</i>	
Sprawozdanie	Przydatność krajowa	Europe
Instrukcje szczególne		